

# 基于误码率的中继位置及功率分配联合优化<sup>①</sup>

隋海虹, 宋高俊, 蒋丽霞

(南昌航空大学 信息工程学院, 南昌 330063)

**摘要:** 针对单中继 AF 协作通信系统, 分析了不同中继位置和功率分配方式对系统误码率性能的影响。以最小化系统误码率为目标, 研究了等功率分配 (equal power allocation, EPA) 和最优功率分配 (optimum power allocation, OPA) 两种方案下, 中继按照线形拓扑轨迹运动时的最优位置。理论分析和仿真结果表明, 中继位置及 OPA 的联合优化算法大大提高了传统的 EPA 方案下的系统性能。

**关键词:** 中继位置; 协作通信; 最优功率分配; 误码率

## Joint Optimization for Relay Location and Power Allocation Based on SER

SUI Hai-Hong, SONG Gao-Jun, JIANG Li-Xia

(Department of Information Engineering, Nanchang Aeronautic University, Nanchang 330063, China)

**Abstract:** The influence of different relay location and power allocation on SER performance was analyzed for cooperative communication system with single AF relay. The optimum relay location of linear network topology was derived for both EPA and OPA method, which was aimed at minimizing SER of system. Analysis and simulation results show that, joint optimization for relay location and OPA scheme significantly outperforms the EPA case.

**Key words:** relay location; cooperative communication; optimum power allocation; symbol-error-rate

采用多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)<sup>[1]</sup> 技术可以获得分集增益, 从而有效对抗多径衰落的影响, 然而现实生活中, 由于移动终端体积、成本、功耗等因素受到制约和限制, 该技术真正实施起来往往不太现实。而协作通信技术作为一种新的空间分集形式, 有效地解决了这个问题<sup>[2]</sup>。该技术是由多个单天线用户通过彼此共享天线和其它资源进行协作传输, 从而产生一个虚拟 MIMO 系统。在某种意义上, 协作通信为 MIMO 多天线技术走向实用化提供了一条新的途径, 因此受到人们的广泛关注和重视。

单中继协作通信虽然未能体现分集优势, 但它为后续的多中继协作通信的研究提供了参考依据, 具有更强的实用价值<sup>[3]</sup>。合理地优化分配源和中继之间的功率对于改善协作通信系统性能有着重要的影响<sup>[4]</sup>。文献[5]研究了以最大化系统容量为目标的最优功率分

配算法, 而没有从最小化误码率的角度讨论。基于考虑路径损耗, 收发端之间的距离影响信道的质量从而影响系统性能。文献[6]基于对中断概率研究了 EPA 下的中继最佳位置, 但没有对中继位置和功率分配进行联合优化。

本文基于单中继 AF 协作通信系统, 以最小化误码率 (symbol-error-rate, SER) 为目的, 对中继位置及功率分配进行联合优化。该算法为多中继协作通信中中继选择策略的研究提供了重要的参考准则, 同时也可以扩展到日益得到广泛关注的伙伴选择问题中。因此具有很强的实用价值和现实意义。

## 1 系统模型

考虑由源节点 s、中继节点 r、目的节点 d 所构成的单中继协作通信系统模型。假设系统的总发射功率为  $E$ , 且  $E = E_s + E_r$ , 其中  $E_s$  和  $E_r$  分别表示分配给源 s

① 收稿时间:2011-07-03;收到修改稿时间:2011-08-04

和中继  $r$  的发射功率。

考虑采用半双工发送模式, 故该系统的通信过程可分为两个阶段进行, 且通过 TDMA, FDMA 或 CDMA 等正交信道发送信息数据。本文考虑信号仅受到瑞利衰落、路径损耗和加性高斯白噪声的影响。

阶段一, 源  $s$  同时向中继  $r$  和目的  $d$  发送信息数据, 则  $d$  和  $r$  接收到的信号分别为:

$$y_{s,d} = \sqrt{E_s} h_{s,d} x_s + \eta_{s,d} \quad (1)$$

$$y_{s,r} = \sqrt{E_s} h_{s,r} x_s + \eta_{s,r}, i=1, \dots, m \quad (2)$$

其中,  $x_s$  是被传送信号;  $h_{s,d}$ 、 $h_{s,r}$  分别是  $s$  到  $d$ 、 $s$  到  $r$  的信道系数;  $\eta_{s,d}$  和  $\eta_{s,r}$  是对应信道的加性高斯白噪声, 均值为 0, 且具有相同的方差  $N_0$ 。

阶段二, 中继  $r$  对接收到的信息进行放大处理, 然后转发给目的端  $d$ 。则  $d$  接收到的信号为:

$$y_{r,d} = h_{r,d} \beta y_{s,r} + \eta_{r,d} \quad (3)$$

其中,  $\beta$  为放大转发因子, 该因子反比于接收功率,

可表示为:  $\beta = \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{E_s |h_{s,r}|^2 + N_0}}$ , 则:

$$y_{r,d} = \frac{\sqrt{E_s E_r}}{\sqrt{E_s |h_{s,r}|^2 + N_0}} h_{r,d} h_{s,r} x_s + \tilde{\eta}_{r,d} \quad (4)$$

其中,  $h_{r,d}$  是  $r$  到  $d$  之间的信道系数;  $\eta_{r,d}$  是  $r$  到  $d$  的加性高斯白噪声, 同样满足均值为 0, 方差为  $N_0$ ;  $\tilde{\eta}_{r,d}$  是等效噪声, 可表示为:

$$\tilde{\eta}_{r,d} = \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{E_s |h_{s,r}|^2 + N_0}} h_{r,d} \eta_{s,r} + \eta_{r,d} \quad (5)$$

假设噪声  $\eta_{s,r}$  和  $\eta_{r,d}$  是独立同分布的, 则  $\tilde{\eta}_{r,d}$  是均值为 0, 方差为  $N'_0$  的复高斯随机变量, 且方差为:

$$N'_0 = \left( \frac{E_r |h_{r,d}|^2}{E_s |h_{s,r}|^2 + N_0} + 1 \right) N_0 \quad (6)$$

最终, 目的端采用最大比合并 (Maximal Ratio Combining, MRC) 技术对  $y_{s,d}$  和  $y_{r,d}$  进行合并, 完成协作通信。在已知信道系数条件下, 目的端 MRC 检测器的输出信号可以表示为两路信号的加权和:

$$y_{MRC} = \lambda_1 y_{s,d} + \lambda_2 y_{r,d} \quad (7)$$

其中, 合并因子  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  为:

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{E_s} h_{s,d}^*}{N_0},$$

$$\lambda_2 = \frac{\sqrt{\frac{E_s E_r}{E_s |h_{s,r}|^2 + N_0}} h_{s,r}^* h_{r,d}^*}{\left( \frac{E_r |h_{r,d}|^2}{E_s |h_{s,r}|^2 + N_0} + 1 \right) N_0} \quad (8)$$

## 2 误码率 (SER) 性能分析

考虑单中继协作通信系统中, 假设  $s$  到  $d$ 、 $s$  到  $r$ 、 $r$  到  $d$  的信道方差分别为  $\delta_{s,d}^2$ 、 $\delta_{s,r}^2$ 、 $\delta_{r,d}^2$ , 对应的平均信噪比为  $\bar{\gamma}_{s,d}$ 、 $\bar{\gamma}_{s,r}$ 、 $\bar{\gamma}_{r,d}$ , 则:

$$\bar{\gamma}_{s,d} = \frac{\delta_{s,d}^2 E_s}{N_0}, \bar{\gamma}_{s,r} = \frac{\delta_{s,r}^2 E_s}{N_0}, \bar{\gamma}_{r,d} = \frac{\delta_{r,d}^2 E_r}{N_0} \quad (9)$$

当信噪比较高时,  $s$  到  $r$  和  $r$  到  $d$  这两跳链路的等效平均信噪比为:

$$\bar{\gamma}_{s,r,d} \approx \left( \frac{1}{\bar{\gamma}_{s,r}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{r,d}} \right)^{-1} \quad (10)$$

则采用 MRC 合并后输出的平均信噪比为:

$$\bar{\gamma}_{MRC} = \bar{\gamma}_{s,r} + \bar{\gamma}_{s,r,d} \quad (11)$$

文献[7]借助矩生成函数给出了 M-PSK 调制信号在信噪比为  $\gamma$  的瑞利衰落信道中的平均 SER 为:

$$\bar{P}_{SER} = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} M_{\gamma} \left( \frac{b}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (12)$$

采用 M-PSK 调制技术和 MRC 技术的系统平均 SER, 可以近似表示为各链路平均信噪比的矩生成函数之积<sup>[8]</sup>。则 AF 系统输出的平均 SER 可表示为:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \left[ M_{\bar{\gamma}_{s,d}}(s) \cdot M_{\bar{\gamma}_{s,r,d}}(s) \right] d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \left( 1 + \frac{b \cdot \bar{\gamma}_{s,d}}{\sin^2 \theta} \right)^{-1} \cdot \left( 1 + \frac{b \cdot \bar{\gamma}_{s,r,d}}{\sin^2 \theta} \right)^{-1} d\theta \\ &\approx \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \left( \frac{b \cdot \bar{\gamma}_{s,d}}{\sin^2 \theta} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{b \cdot \bar{\gamma}_{s,r,d}}{\sin^2 \theta} \right)^{-1} d\theta \end{aligned} \quad (13)$$

上式约等号成立的约束条件是:  $\bar{\gamma}_{s,d}$  和  $\bar{\gamma}_{s,r,d}$  远远大于 1, 即为高平均信噪比。

由式(10)、(11)和(13), 得到 M-PSK 调制下的 AF 协作系统的 SER 紧的近似值为:

$$P_e \approx \frac{BN_0^2}{b^2} \frac{1}{E_s \delta_{s,d}^2} \left( \frac{1}{E_s \delta_{s,r}^2} + \frac{1}{E_r \delta_{r,d}^2} \right) \quad (14)$$

其中,  $b = \sin^2(\pi/M)$ , 且

$$B = \frac{3(M-1)}{8M} + \frac{1}{4\pi} \frac{2\pi}{M} - \frac{1}{32\pi} \frac{4\pi}{M}.$$

本文采用 QPSK 调制, 即  $M=4$ , 则  $b=1/2$ ,

$$B = \frac{9}{32} + \frac{1}{4\pi}.$$

### 3 功率优化分配方案

#### 3.1 EPA 方案

传统的 EPA 方案就是指源和中继分得相等的功率, 即  $E_s = E_r = E/2$ 。将固定参数代入式 (14) 得到该方案下的系统 SER 为:

$$P_e \approx \frac{16BN_0^2}{E^2 \delta_{s,d}^{-2}} \left( \frac{1}{\delta_{s,r}^2} + \frac{1}{\delta_{r,d}^2} \right) \quad (15)$$

该方案虽然简单, 但系统资源利用率低, 导致系统性能相对较差。

#### 3.2 OPA 方案

优化功率分配可以提升系统性能, 其目标是在总发射功率一定的条件下, 对  $E_s$  和  $E_r$  进行优化分配, 以获得最小的系统 SER。将式(14)中固定参数移除后, 该优化问题等效于:

$$\min_{\substack{0 \leq E_s \leq E, 0 \leq E_r \leq E, \\ E_s + E_r = E}} P_e = \min_{\substack{0 \leq E_s \leq E, 0 \leq E_r \leq E, \\ E_s + E_r = E}} \frac{1}{E_s \delta_{s,d}^2} \left( \frac{1}{E_s \delta_{s,r}^2} + \frac{1}{E_r \delta_{r,d}^2} \right) \quad (16)$$

采用拉格朗日乘法, 易求得:

$$\begin{cases} E_s = \frac{\delta_{s,r} + \sqrt{\delta_{s,r}^2 + 8\delta_{r,d}^2}}{3\delta_{s,r} + \sqrt{\delta_{s,r}^2 + 8\delta_{r,d}^2}} E \\ E_r = \frac{2\delta_{s,r}}{3\delta_{s,r} + \sqrt{\delta_{s,r}^2 + 8\delta_{r,d}^2}} E \end{cases} \quad (17)$$

观察易得, OPA 方案与 s 到 d 的信道状况无关, 只取决于 s 到 r、r 到 d 的信道状况。且总有, 这表明此方案分配给源的功率总是大于或等于分配给中继的功率。

### 4 中继位置与功率分配联合优化

#### 4.1 信道模型

单中继协作通信线形拓扑结构如图 1 所示, 假设 s 和 d 的位置固定, r 位于 s 和 d 连线上, 即源 s、中继 r 和目的 d 三点共线。归一化 s 和 d 的间距, 则  $D_{r,d} = D_{s,d} - D_{s,r} = 1 - D_{s,r}$ ,  $D_{s,r} \in (0,1)$ 。

考虑瑞利衰落、路径损耗和加性高斯白噪声对信号传输的影响。建立路径损耗模型, 假设路径损耗的平方与信号传输过程中经历的路径长度的某次方成反比, 即  $\alpha_{i,j}^{-2} = D_{i,j}^{-\mu}$ ,  $i \in \{s,r\}, j \in \{r,d\}$ 。其中,  $\alpha_{i,j}$  是路径损耗;  $D_{i,j}$  是发送端与接收端的间距;  $\mu$  是路径损耗指数, 一般为 [2,5] 区间的整数, 本文取  $\mu = 4$ 。若  $g_{i,j}(t)$  是瑞利衰落因子, 为服从  $(0, \sigma_{i,j}^2)$  的复高斯随机

变量, 则:  $h_{i,j} = \alpha_{i,j} g_{i,j}(t)$ ,  $i \in \{s,r\}, j \in \{r,d\}$ 。对于加性高斯白噪声,  $\eta_{s,d}$ 、 $\eta_{s,r}$  和  $\eta_{r,d}$  均为服从均值为 0、方差为  $N_0$  的高斯分布。为方便研究中继位置对系统性能的影响, 假设瑞利衰落信道的方差  $\sigma_{s,d}^2$ ,  $\sigma_{s,r}^2$ ,  $\sigma_{r,d}^2$  都为 1。

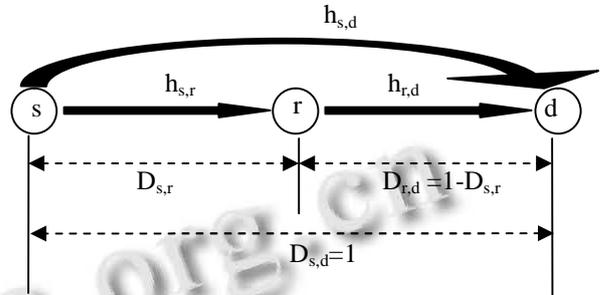


图 1 单中继协作通信线形拓扑结构

#### 4.2 基于传统 EPA 的中继位置优化

将距离关系和路径损耗模型代入式(15)得到:

$$P_e \approx \frac{16BN_0^2}{E^2} \left( \frac{1}{D_{s,r}^4} + \frac{1}{D_{r,d}^4} \right) = \frac{16BN_0^2}{E^2} \left( \frac{1}{D_{s,r}^4} + \frac{1}{(1-D_{s,r})^4} \right) \quad (18)$$

根据数学知识, 对式(18)中关于  $D_{s,r}$  求二次导数, 得到:

$$P_e''(D_{s,r}) = \frac{16BN_0^2}{E^2} [12D_{s,r}^2 + 12(1-D_{s,r})^2] \quad (19)$$

显然式 (19) 的值恒大于等于零, 故存在一个  $D_{s,r}$  使得式 (18) 取得最小值。计算易得:  $D_{s,r} = 0.5$  时取得最小值。即当中继 r 位于源端 s 和目的端 d 连线的中点处时, 系统 SER 性能最优。且由式 (18) 容易看出,  $D_{s,r}$  与  $D_{r,d}$  具有互易性, 故 SER 性能关于中继位置具有对称性。

#### 4.3 OPA 方案与中继位置联合优化

将固定参数及路径损耗模型代入式 (16) 得到:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{0 \leq E_s \leq E, 0 \leq E_r \leq E, \\ E_s + E_r = E=1}} \frac{1}{E_s \delta_{s,d}^2} \left( \frac{1}{E_s \delta_{s,r}^2} + \frac{1}{E_r \delta_{r,d}^2} \right) \\ = \min_{\substack{0 \leq E_s \leq E, 0 \leq E_r \leq E, \\ E_s + E_r = E=1}} \frac{1}{E_s D_{s,d}^{-4}} \left[ \frac{1}{E_s D_{s,r}^{-4}} + \frac{1}{E_r D_{r,d}^{-4}} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

为便于分析, 这里将 E 归一化即  $E_s + E_r = E = 1$ 。

由式 (17) 和式(20)得到联合优化问题:

$$\min_{D_{s,r} + D_{r,d} = D_{s,d} = 1} \left( \frac{(3D_{s,r}^2 + \sqrt{D_{s,r}^4 + 8D_{r,d}^4})^2}{(D_{s,r}^2 + \sqrt{D_{s,r}^4 + 8D_{r,d}^4})^2 \cdot D_{s,r}^4} + \frac{(3D_{s,r}^2 + \sqrt{D_{s,r}^4 + 8D_{r,d}^4})^2}{2(D_{s,r}^2 + \sqrt{D_{s,r}^4 + 8D_{r,d}^4}) \cdot D_{s,r}^2 \cdot D_{r,d}^4} \right) \quad (21)$$

上式可简化为只含有  $D_{s,r}$  这一个未知数的线性约束非线性规划问题。显然采用拉格朗日乘子法过于复杂。故可以借助 MATLAB 仿真软件中的优化函数 fmincon 来解决, 通过仿真求得中继  $r$  的精确最优位置为:  $D_{s,r} = 0.6178$ , 从而实现了中继位置与功率分配的联合最优化。

### 5 性能仿真及分析

为验证理论分析结果, 本文采用 Monte Carlo 方法, 针对 EPA 和 OPA 方案下, 中继位于不同位置时的系统 SER 性能进行了仿真, 并对中继位置与 SER 性能的关系进行了理论仿真。

仿真条件: 系统采用 QPSK 调制技术, 归一化总发射功率即  $E = 1$ , 噪声方差  $N_0 = 1$ , 路径损耗指数  $\mu = 4$ , 归一化源到目的间的距离即  $D_{s,d} = 1$ 。

图 2 为基于传统的 EPA 方案不同中继位置的系统 SER 性能仿真。显然, 当中继位于源和目的连线的中点处时, 系统性能最优, 而中继远离中点向源端或目的端方向移动时, 系统性能越来越差, 在靠近源端或目的端时, 系统性能最差。而中继位于三组相互对称的位置时, SER 曲线两两对应近似重合, 即中继在对称位置时的系统性能表现为近似相同。

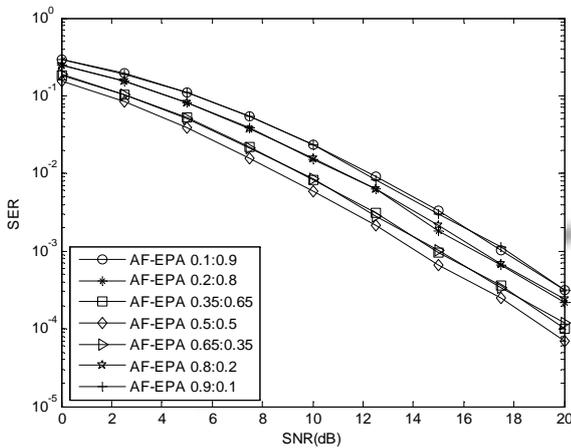


图 2 EPA 下中继位置对 SER 性能的影响

图 3 为基于 OPA 方案不同中继位置的系统 SER 性能仿真。显然, 中继大约位于 0.6 处, 实现了中继位置及功率分配的联合最优, 这与理论分析得到的精确最优位置是相当接近的。且当中继靠近源端时, 系统性能最差。

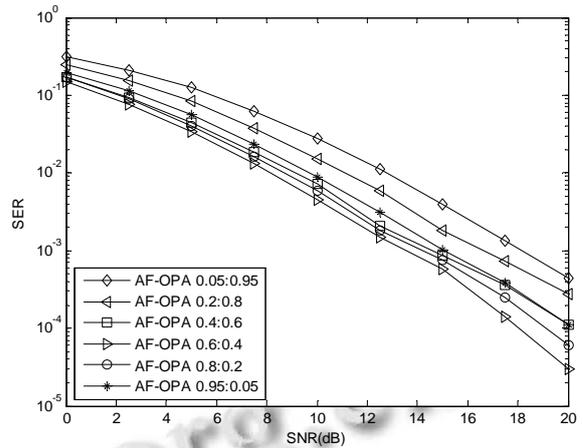


图 3 OPA 下中继位置对 SER 性能的影响

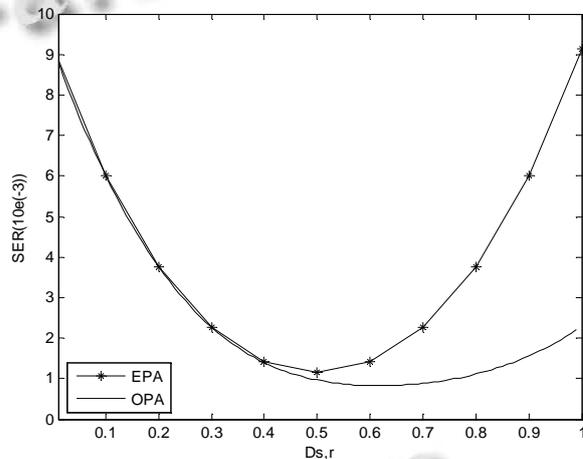


图 4 中继位置与 SER 性能的关系

图 4 给出了 EPA 和 OPA 两种方案下, 中继沿线形拓扑轨迹运动时系统 SER 的理论仿真曲线, 这里信噪比取为  $SNR = 14dB$ 。综合观察发现, 中继大致位于  $D_{s,r} < 0.4$  时, 两种方案下的 SER 曲线几乎重合, 故二者的系统性能表现为近似等价; 而当  $D_{s,r} > 0.4$  时, OPA 方案带来的系统性能明显优于 EPA 方案, 且误码率差值随着中继向目的端靠近而逐渐增大。然而无论中继位于何处, OPA 方案总能取得相对于 EPA 等同或更优的系统性能, 并在 OPA 及中继最优位置联合优化时达到最优。同时该理论仿真验证了图 2、图 3 仿真结果及结论的正确性。

### 6 结论

本文基于最小化 SER, 针对协作通信系统中 EPA 和 OPA 两种方案, 研究了中继在线形拓扑结构中的最优位置。理论分析和仿真结果表明, 中继位置及功率

分配的联合优化有利于改善系统性能。

本文是基于单中继协作通信进行研究的,而现实网络是复杂的多中继协作通信网络。如何从多个中继中选择一个最优中继来协助某用户完成通信从而提高系统性能,是目前值得深入研究的问题。而本文的结论从一定意义上可以作为最优中继的优先选择准则之一,即系统完成功率分配后,可以通过计算中继的最优位置,来缩小中继的选择区域以确定优先选择对象。因此,研究多中继协作通信系统中的中继选择策略是下一步的研究方向。

### 参考文献

- 1 Gesbert D, Shafi M, Shiu DS, Smith PJ, et al. From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2003,4,21(3):281-285.
- 2 Nosratinia A, Hunter TE, Hedayat A. Cooperative communication in wireless networks. *IEEE Communication Magazine*, 2004,11,42(10):74-80.
- 3 彭木根,王文博.协同无线通信原理与应用.北京:机械工业出版社,2009.
- 4 Zhao Y, Adve R, Lim TJ. Improving amplify-and-forward relay networks: optimal power allocation versus selection. *IEEE Trans. on Wire Communications*, 2007,8,6(8):3114-3123.
- 5 Zhang Q, Zhang JM, Shao CJ, et al. Power allocation for regenerative relay channel with Rayleigh fading. *Vehicular Technology Conference*, 2004,1,2:1167-1171.
- 6 Meng Y, Jing L, Sadiadpour H. Amplify-forward and decode-forward: the impact of location and capacity contour. *Military Communications Conference*, 2005,11,3:1609-1615.
- 7 Craig JW. A new, simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations. *Military Communications Conference*, 1991,11,4(7):571-574.
- 8 Proakis J. *Digital Communciations*. New York: McGraw-Hill, 2001.

(上接第8页)

平台开发项目基本实现了一致性、完整性和可追溯性。

### 参考文献

- 1 杨丽红,李志蜀,袁晓玲,肖静.CMMI2级中配置管理过程域的研究和实施. *计算机应用*, 2005,12:404-406.
- 2 柳永坡,刘凌辉,晏海华,金茂忠,刘雪梅.白盒测试中源代码变更管理方法的研究与实现. *计算机工程与应用*, 2009,45(6):85-88.
- 3 金兰.基于CMMI的软件配置管理研究. *软件导刊*, 2009,8(11):42-45.
- 4 王珍英.配置管理在软件项目管理中的应用. *计算机系统应用*, 2008,17(6):101-104.
- 5 聂华北,张艺超.软件配置管理工具综述. *计算机系统应用*, 2008,17(7):125-128.
- 6 Hass AMJ. *Configuration Management Principles and Practice*. Wesley A, a Pearson Education Company, 2003. 245-247.
- 7 裴树军,陈德运,陈晓雪.软件配置管理在软件开发平台中的应用. *哈尔滨理工大学学报*, 2010,15(1):28-32.
- 8 张艳,刘辉.CMM中配置管理的变更控制. *湖北工业大学学报*, 2005,20(2):74-76.
- 9 尼米智.软件配置管理入门. *山西财经大学学报*, 2004,26(2):222.
- 10 彭俊.在软件开发中如何部署VSS进行版本控制. *铜业工程*, 2009,2:61-63.
- 11 Extensible Markup Language(XML) <http://www.w3.org/XML/>, 2005.
- 12 阿莉萍,赵文耘,张志.可变粒度的软件配置管理工具的研究. *计算机工程*, 2003,29(5):86-88.
- 13 徐勉.解析本土化软件配置管理. [2007-4-14]. <http://www.51testing.com/html/81/n-7681.html>
- 14 姜平利,傅育熙.软件配置管理及实现. *计算机工程*, 2004, (12):45-47.
- 15 张萍,易东云.软件配置信息设计实现方法. *计算机系统应用*, 2003,12(2):60-62.