

# 基于摩尔奇偶型的元胞自动机演化模型<sup>①</sup>

赵海英<sup>1,2</sup>, 车跃跃<sup>2</sup>, 徐正光<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(新疆师范大学 计算机科学技术学院, 乌鲁木齐 830054)

<sup>2</sup>(北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 由于元胞自动机的理论基础较为薄弱, 对元胞自动机的演化规则的研究和分析是个倍受关注的挑战问题。在奇偶元胞自动机的基础上, 提出了一种摩尔奇偶型的元胞自动机演化模型, 通过大量的计算机仿真实验, 证实 PCA 与 MPCa 在演化过程中均具有一定的演化基元、演化框架和演化周期规律。提供了研究元胞自动机演化规则的新思路, 并进一步将提出的演化模型应用于图案演化, 得到保持风格的图案, 丰富了规则图案纹理的生成方法。

**关键词:** 元胞自动机; 奇偶规则; 摩尔奇偶型; 演化基元(图案的基本单元); 图案生成

## Evolution Model Based on Moore Parity Cellular Automata

ZHAO Hai-Ying<sup>1,2</sup>, CHE Yue-Yue<sup>2</sup>, XU Zheng-Guang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(College of Computer Science and Technology, Xinjiang Normal University, Urumqi 830054, China)

<sup>2</sup>(School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The cellular automata theory is a little weak, the research and analysis in evolution rules of cellular automata is a wide-concerned challenge. In this paper, the evolution model of Moore Parity Cellular Automata (MPCa) is proposed based on Parity Cellular Automata (PCA). Through a large number of computer's simulated experiments we make some analysis and comparisons on the evolution rules between the PCA and MPCa and also find these cellular evolution models have some rules of evolutionary cycles and evolutionary primitives during the evolution. A new way of research cellular automation evolution rules is provided. The proposed evolution model is further applied to designing pattern of maintained style designs. Enrich the method of generating pattern of rules texture.

**Key words:** cellular Automata; parity rule; moore parity cellular automata; evolutionary primitive; pattern generating

## 1 引言

元胞自动机已经广泛的应用于城市交通系统预测、化学晶体结晶模拟、图像处理与图案生成等各个领域, 但元胞自动机的理论基础仍然较为薄弱, 对元胞自动机的演化规则的研究和分析是一个重要的研究内容。19 世纪 70 年代 MIT 的 Edward Fredkin<sup>[1]</sup>教授最早提出了奇偶元胞自动机的模型, 指出模型在演化过程中出现对元胞初始构型的自复制现象。2004 年邓黎, 王仲君<sup>[2]</sup>在提出了一种扩展奇偶规则的元胞自动机, 对它的演化过程给出了数据统计分析。这些研究仅仅是对奇偶规则元胞自动机演化性质的初步探索,

并没有对内在演化规律进行分析, 因此对奇偶规则元胞自动机的应用也非常少。

本文在奇偶规则元胞自动机 (Parity Cellular Automata, 简称 PCA) 基础上提出了一种摩尔奇偶型元胞自动机 (Moore Parity Cellular Automata, 简称 MPCa), 通过大量的计算机仿真实验, 证实 PCA 与 MPCa 均存在一定的演化基元和演化框架。通过对 PCA 和 MPCa 的演化过程分析比较, 得出 MPCa 在演化框架上与 PCA 存在差异, 且 MPCa 演化周期上呈现指数分布规律。最后利用提出的 MPCa 演化规律, 生成新疆民族图案, 推广了规则纹理图案的生成方法。

① 基金项目: 国家自然科学基金(60863010); 973 前期计划专项课题项目(2010CB334709); 新疆自然科学基金(2010211a19)

收稿时间: 2011-03-01; 收到修改稿时间: 2011-04-14

## 2 相关工作

元胞自动机 (Cellular Automata), 简称 CA, 起源于 20 世纪 40 年代, “现代计算机之父”冯·诺依曼设计可自我复制的自动机时, 参照了生物现象的自繁殖原理, 提出了元胞自动机的概念和模型。1948 年, V. Neumann<sup>[3]</sup> 在研究“什么逻辑组织结构的自动机具有通用图灵机一样的自我复制特性”的问题时, 采用具有 29 个状态的二维细胞空间即细胞自动机建立了一个具有自我复制特性和通用计算能力的细胞自动机。V. Neumann 逝世后, A. W. Burks<sup>[3]</sup> 完成和扩展了 V. Neumann 的研究, 但是早期的细胞自动机研究主要集中于理论方面, 并且由于早期细胞自动机结构的复杂性而限制了其应用。直到 20 世纪 60 年代末 J. H. Conway 设计的一种单人玩的计算机游戏, 称之为生命游戏 (Game of Life)。生命游戏是具有产生动态图案和动态结构能力的元胞自动机模型。它能产生丰富的、有趣的图案。20 世纪 80 年代是元胞自动机理论的大发展时期。S. Wolfram<sup>[4]</sup> 从动力学的角度对元胞自动机进行了分析, 并将计算理论应用于元胞自动机研究。1983 年, S. Wolfram 建议简化细胞自动机的状态空间和邻域半径, 以获得具有组成单元结构的简单规则性、单元之间作用的局部互连性和信息处理的高度并行性等优点的基本细胞自动机 (Elementary Cellular Automata: ECA)。20 世纪 90 年代元胞自动机在各个领域得到了广泛的应用。NORMAN H. SETPFEN W 在 “Two-dimensional cellular automata”<sup>[5]</sup> 中第一次系统的将元胞自动机 (CA) 作为并行计算引入了图像处理领域。目前, 元胞自动机在图像处理方面的应用研究很少, 在国外利用元胞自动机研究图像处理的主要有: Gonzalo Hern<sup>[6]</sup> 等人在 1994 年建立了一些基本的元胞自动机模型用于图像的增强, Kolin Paul<sup>[7]</sup> 在 1999 年提出了元胞自动机在图像压缩方面的应用。目前在国内外元胞自动机应用在图像分割与边缘提取方面, 大连海事大学王宏, 张运杰<sup>[8]</sup> 等人做了相关的研究, 提出基于模糊元胞自动机的图像分割算法, 将图像中灰度介于目标和背景之间的像素更好的归类, 从而得到较好的分割结果。华北电力大学大学的张珂<sup>[9]</sup> 等人针对基于元胞自动机图像边缘检测的原有算法, 提出了新的改进算法。这种改进算法相对于原有的 CA 模型边缘检测的检测模糊边缘和细节边缘的能力较强。但這些工作都是一些初步的应用工作, 没有充分元胞自动

机在图像处理中的优势。最近, 于越成<sup>[10]</sup> 提出一种扩展元胞自动机模型, 基于标准元胞自动机进行定义和邻域的扩展, 扩展元胞模型的能够有效描述复杂系统由多个子系统的相互作用。Shiladitya Munshi<sup>[11]</sup> 在 2011 年扩展了元胞自动机的应用功能, 把一个特定类型的元胞自动机称为马克斯长度, 依此建立密钥机制, 生成以 CA 码为基础的密钥。

由于元胞自动机的动态演化过程中, 产生许多种复杂的精美图案, 因此可以将元胞自动机应用在图案生成方面。最早的研究是中国纺织大学丁永生, 邵世煌<sup>[12]</sup> 等人 1997 年提出一种基于 CA 的复杂图案生成算法, 但是这种图案生成过程是不可预测的, 解决“设计”问题的方法仍是实验仿真。于是, 丁永生, 张芳<sup>[13]</sup> 等人 1999 年提出了一种基于模糊元胞自动机的新的图案生成方法, 避免了元胞自动机在生成图案的过程中的不可知性, 使得元胞自动机向理想图案, 纹理的方向进行迭代。王宏<sup>[14]</sup> 等人 2009 年又提出了一种改进的基于模糊元胞自动机。结合了理论元胞自动机和模糊规则建立多层次模糊元胞自动机。使得像素之间的灰色水平物体和背景可以处理得很好, 提高了图像分割质量。张珂, 苑津莎<sup>[15]</sup> 等人在 2008 年提出了基于 FFCA 的新的图案生成方法, 这种新的方法将分形矩阵与模糊元胞自动机自动机结合起来, 可以通过较少的初始图案和较少迭代次数得到大量的精美图案。

## 3 摩尔奇偶型元胞自动机

### 3.1 奇偶规则

Edward Fredkin 最早提出了演化规则为奇偶规则的元胞自动机模型<sup>[1]</sup>。组成元胞的空间中每一个网格为一个元胞, 元胞的位置由网格所在的行数  $i$ 、列数  $j$  所表示, 元胞的状态  $S$ , 可以取值为 0 或 1, 那么元胞在  $t$  时刻的状态可表示为  $S^t(i, j)$ , 元胞在  $t+1$  时刻的状态  $S^{t+1}(i, j)$ , 它是由邻居元胞  $t$  时刻的状态  $S^t$  遵循奇偶规则决定的。

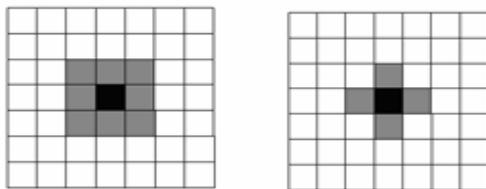
奇偶规则表述: 计算位于元胞  $(i, j)$  最近的上下左右四个邻居元胞  $t$  时刻的状态和, 若该状态和为偶数, 则元胞  $(i, j)$  在  $t+1$  时刻的状态为 0; 若为奇数, 则元胞  $(i, j)$  在  $t+1$  时刻的状态为 1。奇偶规则  $f$  用数学函数可表示为:

$$S^{t+1}(i, j) = \text{sum}(S^t(i-1, j), S^t(i+1, j), S^t(i, j-1), S^t(i, j+1)) \bmod 2 \\ = S^t(i-1, j) \oplus S^t(i+1, j) \oplus S^t(i, j-1) \oplus S^t(i, j+1)$$

其中,  $\oplus$  为异或运算, 即模二加法。

### 3.2 构造摩尔奇偶型元胞自动机模型

元胞自动机模型取决于元胞核、邻居、规则等要素。奇偶规则所选择邻居元胞是中心元胞(i,j)上下左右四个元胞, 称之为冯诺依曼型邻居。在二维的方形网格元胞自动机的邻居类型中, 摩尔型邻居也是常用邻居形式, 即中心元胞相邻的上下左右以及左上, 左下, 右上, 右下四角的八个元胞作为邻居元胞。如图所示, 黑色为中心元胞, 灰色为其邻居元胞。



(a) 摩尔型 (b) 冯·诺伊曼型

图 1 邻居类型

于是, 本文提出的摩尔奇偶型元胞自动机的构成及规则可表述为: 元胞分布在规则划分的二维方形网格上, 具有 0, 1 两种状态, 邻居元胞为摩尔邻居形式; 元胞在下一时刻的状态是由摩尔奇偶规则所决定, 即若在当前时刻, 摩尔邻居的状态和为偶数, 则该元胞下一时刻的状态值为 0; 若摩尔邻居的状态和为奇数, 则该元胞下一时刻的状态值为 1。演化规则的数学表示为:

$$S^{t+1}(i, j) = \text{sum}(S^t(i-1, j), S^t(i+1, j), S^t(i, j-1), S^t(i, j+1), \dots, S^t(i-1, j-1), S^t(i-1, j+1), S^t(i+1, j-1), S^t(i+1, j+1)) \bmod 2 = S^t(i-1, j) \oplus S^t(i+1, j) \oplus S^t(i, j-1) \oplus S^t(i, j+1) \oplus S^t(i-1, j-1) \oplus S^t(i-1, j+1) \oplus S^t(i+1, j-1) \oplus S^t(i+1, j+1)$$

## 4 仿真与分析

### 4.1 奇偶型元胞自动机仿真实验与结果分析

PCA 的仿真实验: 元胞空间为  $N \times N$ , 元胞为 0 (活) 或 1 (死) 两种状态, 边界为定值型边界; 冯诺依曼型的邻居; 规则选同或奇偶规则。不同的初始构型在计算机上进行迭代演化, 可以生成许多精美的图案, 其中保持独立不变的基本单元, 称之为图案基元。

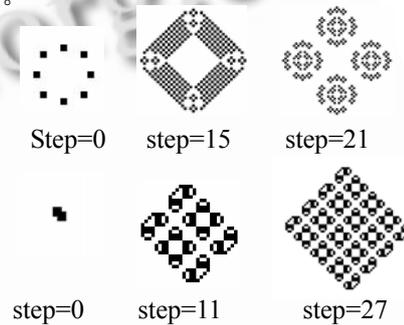


图 2 PCA 的演化

修改元胞初始构型中存活元胞的形状, 大小, 位置、以及元胞空间维数, 进行仿真实验。建立 PCA 图案基元统计表 (表 1) 并分析, 发现 PCA 演化存在以下特点:

表 1 PCA 的基元统计表

零矩阵的形状	基元的个数 t	图案基元
方阵维数 n=1	t=2	
方阵维数 n=2	t=4	
方阵维数 n=3	t=4	
方阵维数 n=4	t=8	
方阵维数 n=5	t=8	
方阵维数 n=6	t=8	
	t=8	
	t=8	

(1) PCA 演化过程中存在若干演化基元,且基元的个数与形状仅与初始时刻存活元胞的个数与形状有关,与其在元胞矩阵中的位置或是元胞矩阵的维数无关;

(2) 元胞演化过程中具有演化框架,PCA 的演化框架为冯·诺依曼型,即按照上、下、左、右四个方向进行扩散。

分析 PCA 基元统计表可知:n=2 时 MPCPA 的基元是 n=4 的奇数步基元。同样的, n=3 时 MPCPA 的基元会是 n=6 的奇数步基元。

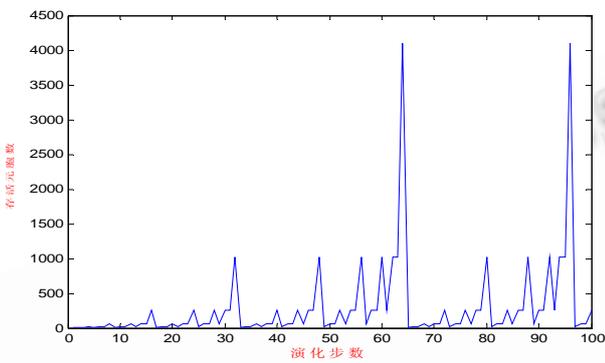


图 3 PCA (n=1) 的动态统计图

结论: 从上图可以看出, PCA 演化为周期型,即当其初始条件为中心一个元胞状态是生时,在经过有限步演化后,生的元胞比率趋于某一周期性的变化,同<sup>[16]</sup>的结论。

#### 4.2 摩尔奇偶型元胞自动机仿真实验与结果分析

MPCPA 的仿真实验: 元胞空间为 N\*N, 元胞为 0(活)或 1(死)两种状态, 边界为定值型边界; 选摩尔型的邻居; 规则选同或奇偶规则。不同的初始构型在计算机上进行迭代演化, 可以生成许多精美的图案。

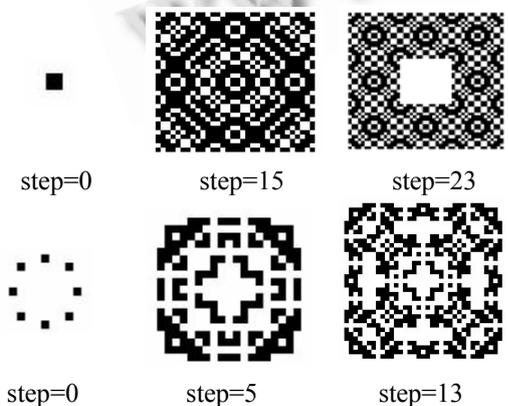


图 4 MPCPA 的演化

通过仿真实验, 对元胞自动机演化生成的图案基元建表并分析, 发现以下特点:

(1) MPCPA 演化过程中存在若干演化基元,且基元的个数与形状仅与初始时刻存活元胞的个数与形状有关,与其在元胞矩阵中的位置或是元胞矩阵的维数无关。

(2) MPCPA 在演化过程中也具有演化框架,但演化框架是不唯一的,除了按摩尔型邻域的进行演化外,还可选有其它演化框架。

比较 MPCPA 基元统计表得出:n=2 时 MPCPA 的基元是 n=4 的奇数步基元。同样的, n=3 时 MPCPA 的基元会是 n=6 的奇数步基元。

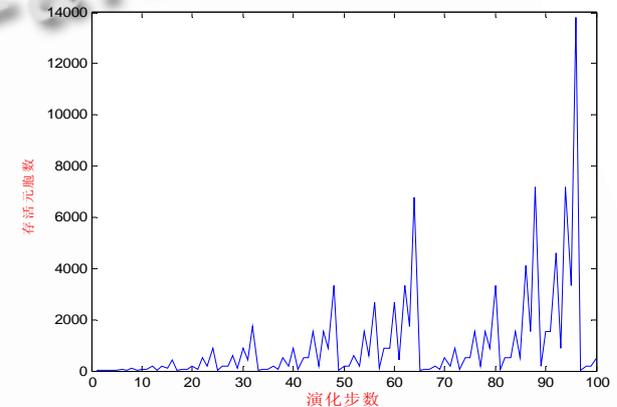


图 5 MPCPA (n=1) 的动态统计图

结论: MPCPA 的演化过程存在阶段性与一定的规律性, 本文按 MPCPA 的基元与演化框架的关系可将 MPCPA 的演化阶段分为基元生成阶段( $T_0$ )和演化阶段( $T_1, T_2, \dots$ ), 可以发现在元胞演化阶段的时间步成指数分布。生成阶段的时间步数  $T_0=t$  (为基元的个数), 第  $i$  个演化阶段的时间步数。

#### 4.3 PCA 与 MPCPA 演化规则的比较与分析

MPCPA 是在 PCA 的基础上, 选择了摩尔型的邻居元胞, 扩大所影响的邻居范围, 体现在演化上相当于增加了元胞演化方式。PCA 在演化过程中只有一种演化框架, 相对演化规律简单, 出现的演化图案形式略显单调。

MPCPA 则有两种演化方式, MPCPA 的演化过程有两个框架。框架 1 是指元胞元胞扩散的框架是按 MPCPA 所规定的摩尔型邻居即上、下、左、左上、左下、右上、右下八个方向进行扩散, 如图<sup>[16]</sup>所示; 框架 2 如图<sup>[16]</sup>所示。元胞按上述框架进行演化, 生成

精美的图案。但是在演化的过程中，在图案的重叠部分由于图案的叠加会出现相消干涉的现象，这一现象会出现一些更加精美的图案。

表 2 MPCA 的基元统计表

零方阵的维数 n	基元的个数 t	图案基元
n=1	t=2	· □
n=2	t=4	■ × □ ⊗
n=3	t=4	■ ⊗ ⊗ ⊗
n=4	t=8	■ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
n=5	t=8	■ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
n=6	t=8	■ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗

演化框架的变化增加了元胞自动机演化的复杂性，在演化过程中，出现更多精美图案。此外，MPCA 在演化的周期上，也出现了指数分布的特征，这更加有利于对 MPCA 演化的把握，可以根据此特点，预测 MPCA 在某个时间步的演化图案，增加了 MPCA 的可控性。

#### 4.4 PCA 与 MPCA 在新疆民族图案生成上的应用

将提出的元胞演化规律应用于新疆民族图案的生成上在保护民族图案风格的基础上扩展了规则图案的花型号。具体将一些传统新疆民族图案的基元置入 PCA 和 MPCA 的初始构型中，由 PCA 和 MPCA 进行演化，可以生成一些具有新疆民族风格的图案。下图为利用新疆传统民族图案的巴达木造型，用 PCA 演化生成的图案。



图 6 巴达木在 PCA 中演化生成的图案

## 5 结论

本文在奇偶规则元胞自动机的基础上提出了一个摩尔奇偶型元胞自动机的演化模型，通过计算机仿真 PCA 与 MPCA 模型的演化过程，并通过实验分析发现这两种模型在演化过程中具有一定的

演化基元与演化框架，且基元受元胞自动机初始构型中存活元胞个数和形状的影响，但由于 MPCA 扩大了所影响的邻居元胞范围，使得 PCA 与 MPCA 在演化框架上有所差异。同时在对 MPCA 的演化规律的研究中发现在 MPCA 演化周期上呈现一定的指数分布。最后将 PCA 与 MPCA 用于新疆民族图案生成上，对其在保持图案生成风格的应用中做了初步探索。

#### 参考文献

- 1 Banks E. Information Processing and transmission in cellular automata. Technical report, MIT, 1971.
- 2 邓黎,王仲君.扩展奇偶规则的元胞自动机模型和分析.武汉理工大学学报(交通科学与工程版),2004,28(6): 936-938.
- 3 Von Neumann J. The Theory of Self-Reproducing Automata, A.W. Burks,Univ.of Illinois Press,Illinois, 1966.
- 4 Wolfram S. Theory and applications of cellular automata. World Scientific Publishing Co. PTE Ltd, 1986: 203-220.
- 5 Norman H, Stephen W. Two-dimensional cellular automata. Journal Statistical Physics, Jun. 1985,38(5-6):126-171.
- 6 Hern G, Herrmann H. Cellular Automata for Elementary (下转第 197 页)

表2 5个对象在场景中的位置

对象	位置 (x,y,z)	效果
立方体	-0.5,0.5, 0.8	负视差
黄色球体	0.5,0.5, 0.5	负视差
圆锥体	0.0,0.0,0.0	零视差
红色球体	-0.8,-0.8, -0.5	正视差
茶壶	0.8,-0.8, -0.8	正视差

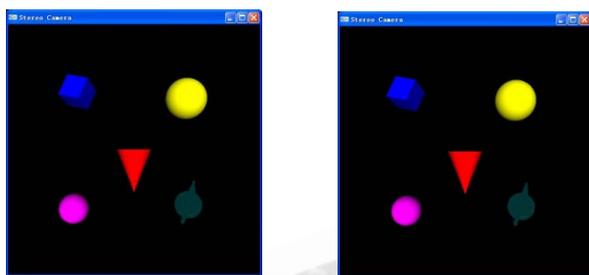


图9 左图是生成的左视图, 右图是生成的右视图

## 5 结语

立体显示技术使产生真正的具有立体感的图形成为可能, 其良好的三维效果引起了人们的普遍重视,

具有广阔的应用前景。近年来, 3D 立体技术在 3D 电影和微机平台上有很大的发展, 特别是在 NVIDIA 3D 立体幻境的推出后, 便有一百多款的 3D 游戏支持立体显示。本文提出的立体照相机模型能帮助开发者快速应用立体显示技术, 具有重要意义。

## 参考文献

- 1 洪炳镕,蔡则苏,唐好选.虚拟现实及其应用.北京:国防工业出版社,2005.1-10.
- 2 顾郁莲,蔡宣平.计算机立体视图绘制技术.国防科技参考,1998,19(1):63-70.
- 3 支丽欧,立体图像对的生成算法研究[硕士学位论文].重庆:重庆大学,2007.
- 4 Shreiner D. OpenGL 编程指南.第5版.北京:机械工业出版社,2006.66-68.
- 5 杨小草.微机立体动画研究及体视误差分析.计算机辅助工程,1996(1):31-39.
- 6 Hodges LF. Tutorial: Time-Multiplexed Stereoscopic Computer Graphics. IEEE Computer Graphics and Applications, 1992,12(2):20-30.
- (上接第 179 页)
- Image Enhancement. Graphical Models and Image Processing, 1996,(58):82-89.
- 7 Paul K, Choudhury DR, Chaudhuri PP. Cellular Automata Based Transform Coding for Image Compression, HiPC99, LNCS 1745, 1999. 269-273.
- 8 王宏,张运杰,魏华.基于元胞自动机模型的图像分割算法,模糊系统与数学,2004,18:309-313.
- 9 Zhang K, Li Z. Edge Detection of Images based on Fuzzy Cellular Automata. International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking and Parallel/Distributed Computing, Qing Dao, Aug. 2007,2.
- 10 Yu YC, Wang JD, Ding J. An Extended Model of the Cellular Automata, Computing, Communication, Control, and Management, 2009. CCCM. 2009. 66-69.
- 11 Munshi S. A Cellular Automata based Network Security Model. 2011 Emerging Applications of Information Technology, 2011. 275-279.
- 12 丁永生,邵世煌,万庆萱.采用元胞自动机机理的针织电脑编织系统.中国纺织大学学报,1997,23(1):6-11.
- 13 张芳,丁永生,耿兆丰.基于模糊元胞自动机的复杂图案、纹理生成的实现.中国纺织大学学报,1999,25(5):32-34.
- 14 Wang H, Jiang JN, Zhou LH. Image Processing Based on Fuzzy Cellular Automata Model. 2009 Fourth International Conference on Innovative Computing, Information and Control. ICICIC. 2009. 954-957.
- 15 Zhang K, Yuan JS, Guo J. Production of Patterns Based on Fractal Fuzzy Cellular Automata. Proc. of the 27th Chinese Control Conference, Kunming, Yunnan, China, July, 16-18, 2008.245-248.
- 16 王仲君,王能超,等.元胞自动机的演化行为研究.计算机应用研究,2007,24(8):38-41.