

室内可见光多用户 MIMO 系统改进 BD 预编码算法^①



吴鹏飞, 潘 婷

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

通信作者: 潘 婷, E-mail: 1210012577@qq.com

摘 要: 块对角化 (block diagonalization, BD) 算法是一种多输入多输出的传统线性预编码算法, 其核心思想是通过奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 找到干扰矩阵零空间的正交基, 从而完全消除多用户干扰 (multiuser interference, MUI), 但是随着收发端数目的增多, BD 预编码算法所需的计算复杂度也大大增加, 成为了制约其发展的关键因素之一. 为此, 本文提出了一种改进的低复杂度 BD 算法——基于正交分解中的施密特正交化和格基规约操作的组合算法, 对传统 BD 算法两次高复杂度操作的奇异值分解用施密特正交化和格基规约操作进行替换, 从而降低算法复杂度. 结果表明, 本文改进算法的计算复杂度上降低了 46.7%, 系统和容量上得到了 2–10 bits/Hz 的提高, 同时误码率上得到了 2 个量级的优化.

关键词: 块对角化算法; 多输入多输出; 算法复杂度; 奇异值分解; 多用户干扰

引用格式: 吴鹏飞, 潘婷. 室内可见光多用户 MIMO 系统改进 BD 预编码算法. 计算机系统应用, 2022, 31(12): 227–234. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/8874.html>

Optimal BD Precoding Algorithm for Indoor Visible Light Multiuser MIMO System

WU Peng-Fei, PAN Ting

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Block diagonalization (BD) belongs to a traditional linear precoding algorithm with multiple inputs and outputs, and its core idea is to find the orthogonal basis of the null space in interference matrixes through singular value decomposition (SVD), so as to eliminate the multiuser interference (MUI). However, as the number of transmitters and receivers increases, the BD precoding algorithm faces more complex computation, which has become one of the key factors restricting its development. Therefore, this study proposes an optimal low-complexity BD algorithm. The algorithm is based on the combination algorithm of Schmidt orthogonalization inversion and lattice reduction operation in orthogonal decomposition, and it replaces the SVD of two high-complexity operations on the traditional BD algorithm by Schmidt orthogonalization inversion and lattice reduction operation and thus reduces the algorithm complexity. The results show that the computational complexity of the optimal algorithm is reduced by 46.7%, and the system and capacity are increased by 2–10 bits/Hz. Furthermore, the bit error rate is improved by two orders of magnitude.

Key words: block diagonalization algorithm; multi-input multi-output (MIMO); algorithm complexity; singular value decomposition (SVD); multiuser interference

1 引言

可见光通信 (visible light communication, VLC)

将发送信号调制在发光二极管 (light emitting diode, LED) 中, 通过 LED 发出高速明暗闪烁信号进行通信^[1].

① 收稿时间: 2022-04-18; 修改时间: 2022-05-22; 采用时间: 2022-06-13; csa 在线出版时间: 2022-08-24

室内可见光通信系统中,收发两端的体积小,便于安装的同时,具有干扰小、安全性高、节能环保等优点^[2,3].在室内 VLC 多用户 MIMO 系统中,发射端一般由多个 LED 组成,接收端有多个用户终端,在不增加带宽的情况下,获得更大的系统容量,还可以使室内通信链路更加稳固,具有极大的应用前景^[4-6].然而,用户终端能够接收到所有 LED 发出的信号, MUI 的问题也随之而来,严重地影响了系统性能^[7,8],抑制 MUI 成为室内 VLC 的研究重点.在下行链路中,由于用户设备间协作困难,所以用户间干扰利用预编码算法在发射端进行消除^[9].

预编码算法在发射端将用户数据进行数据处理,使得多个用户终端可以利用相同的 LED 灯阵列且互不干扰进行通信.在可实现的预编码算法中最具有代表性的是 BD 预编码算法,该算法通过两次 SVD 操作将多用户 MIMO 信道转化成等价的多个单用户 MIMO 信道,完全消除用户间干扰,但是也导致了较高的复杂度消耗^[10,11].在多用户 MIMO 系统中,随着数据流以及用户数目的不断增加,虽然用户终端可以获得更快的数据体验,然而 BD 预编码算法的复杂度也急剧增加. BD 算法复杂度高的问题严重的限制了其应用场景,所以不断有改进的算法被提出. Chou 等^[12]利用改进的平方根分解法对等效单用户 MIMO 信道进行块对角化处理,降低了 BD 预编码的算法复杂度,但是

在其他方面并没有得到提升. Wu 等^[13]提出了一种利用伪逆运算与 QR 分解代替 BD 预编码算法中的第一次奇异值分解的方法,并进一步提出改进方案,即仅对联合信道矩阵求一次伪逆,再次降低复杂度.此外,巫健^[14]还提出了通过增加一次 QR 分解中的格拉姆施密特正交化分解来代替伪逆运算的改进方案,这两种方案本质上是相同的,虽然降低了复杂度,但是该算法在误码率上没有得到提升. Zu 等^[15]通过将 BD 预编码算法与格基规约算法相结合,得到的改进算法在与 BD 算法进行仿真对比后,算法复杂度得到降低的同时对系统误码性能也有了一个量级的优化,但是系统和容量却降低了.

综上所述,现有文献的低复杂度改进 BD 算法大多数只是对复杂度进行了降低,对 BD 算法的误码率以及系统容量没有得到优化.为了进一步优化 BD 算法的系统性能,本文提出一种基于正交分解的施密特正交化分解与格基规约操作组合的改进 BD 算法,不仅降低了算法复杂度,并且在误码率和系统和容量性能得到了优化.

2 系统模型

基于预编码算法的多用户 MIMO 室内可见光系统模型如图 1 所示,由发送端、可见光信道和用户终端组成^[7].

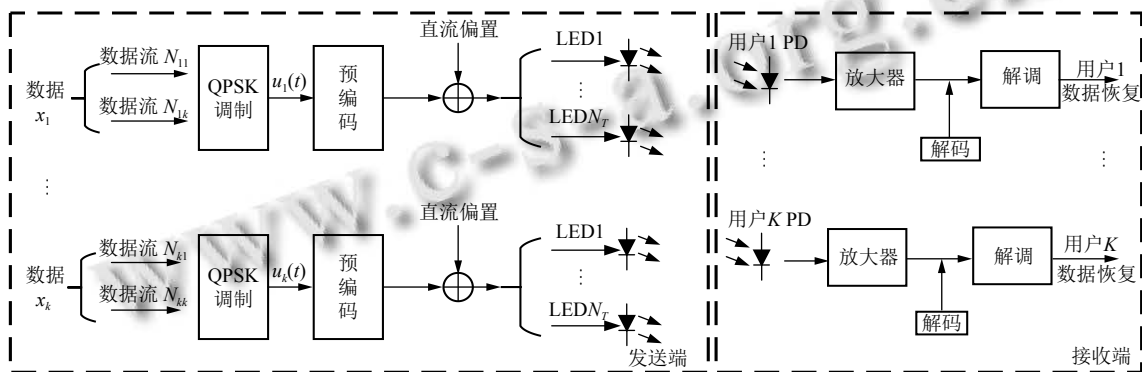


图 1 MIMO 室内可见光通信系统模型

假设系统中有 N_T 个发射端, K 个用户, 每个用户上有 N_k 个光接收机, 则接收端共有 $N_R = \sum_{k=1}^K N_k$ 个, 则用户 k 的信道矩阵可以用 $H_k \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 表示, 假设全局信道矩阵表示为 $H = [H_1^T, H_2^T, \dots, H_K^T]^T$. 用户 k 的接收信号表示为:

$$y_k = H_k W_k x_k + \sum_{j=1, j \neq k}^K H_k W_j x_j + n_k \quad (1)$$

其中, x_k 表示用户 k 的发送的原始数据, W_k 是用户 k 的预编码矩阵, n_k 表示用户 k 的高斯白噪声. 此外, 等式右边的第 2 项代表用户 k 接收到的来自其它用户的信号, 对自身造成干扰的干扰信号, 是期望被消除的

对象。

预编码算法在发射端对 MUI 进行消除,核心思想是通过设计一个合理的预编码矩阵 W ,再与信道矩阵相乘后,使每个用户的干扰矩阵均处于该用户的零空间中,能够有效地消除来自其他用户的数据干扰,即满足式(2)的约束:

$$H_k W_j = 0, k \neq j \text{ 且 } 0 \leq k, j \leq N_R \quad (2)$$

3 BD 预编码算法

BD 预编码算法的核心是对每个用户的信道矩阵进行两次 SVD 运算求解预编码矩阵 W ,以达到消除用户干扰以及数据流干扰。以用户 k 为例,在第 1 次 SVD 操作中,对干扰矩阵进行 SVD 分解,以此得到消除其他用户干扰的预编码矩阵 W^a ;第 2 次 SVD 操作中,对等效信道矩阵进行 SVD 操作后将每个用户的块通道分解为并行信道,抑制数据流之间的干扰,令第 2 个预编码矩阵为 W^b 。因此,用户 k 的预编码矩阵为 $W_k = W^a W^b$,下面介绍 BD 算法的具体步骤。

记用户 k 的补矩阵为 \tilde{H}_k :

$$\tilde{H}_k = [H_1^T, H_2^T, \dots, H_{k-1}^T, H_{k+1}^T, \dots, H_K^T] \quad (3)$$

其中, H_k 是用户 k 的信道矩阵。

对 \tilde{H}_k 进行 SVD 运算:

$$\tilde{H}_k = \tilde{U}_k \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [\tilde{V}_k^{(1)}, \tilde{V}_k^{(0)}]^H \quad (4)$$

其中, $\tilde{V}_k^{(1)}$ 为 \tilde{H}_k 的前 $\tilde{L}_k = \text{rank}(\tilde{H}_k) < N_R - N_k$ 个右奇异向量, $\tilde{V}_k^{(0)}$ 包含 \tilde{H}_k 的后 $N_T - \tilde{L}_k$ 个右奇异值向量, $\tilde{V}_k^{(0)}$ 的列构成了 \tilde{H}_k 零空间的一个正交基。

在第一次 SVD 运算后,可得到 $W_k^a = \tilde{V}_k^{(0)}$,为了获得更大的系统容量,对等效信道矩阵进行 SVD 运算。

记用户 k 的等效信道矩阵为 $\tilde{H}_k = H_k W_k^a$,对等效信道矩阵 \tilde{H}_k 进行 SVD 运算可得:

$$\tilde{H}_k = H_k W_k^a = \tilde{U}_k \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [\tilde{V}_k^{(1)}, \tilde{V}_k^{(0)}]^H \quad (5)$$

其中, $\tilde{V}_k^{(1)}$ 表示 \tilde{H}_k 的前 $\tilde{L}_k = \text{rank}(H_k W_k^a)$ 个右奇异向量,则用户 k 的预编码矩阵的第 2 部分为:

$$W_k^b = \tilde{V}_k^{(1)} \quad (6)$$

所以,用户 k 的最终预编码矩阵 W_k 可以表示为:

$$W_k = W_k^a W_k^b = \tilde{V}_k^{(0)} \tilde{V}_k^{(1)} \quad (7)$$

遍历所有的用户,得到 BD 算法的预编码矩阵为:

$$W = W^a W^b = [\tilde{V}_1^{(0)} \tilde{V}_1^{(1)}, \dots, \tilde{V}_K^{(0)} \tilde{V}_K^{(1)}]^H \quad (8)$$

同时,接收矩阵可以表示为:

$$B_k = \tilde{U}_k^H \quad (9)$$

4 改进预编码算法

BD 算法由于两次 SVD 操作带来了很高的计算消耗,并未考虑信道噪声的影响,提出了改进算法,对两次 SVD 操作进行替换,从而降低算法复杂度,并且引入信道噪声的影响,从而优化系统性能。BD 算法中第 1 次 SVD 操作作用 QR 分解中的 GSO 正交化代替来求消除多用户干扰,第 2 次 SVD 操作中加入了信道噪声并且利用格基规约操作进行替换。并将 QR 分解引入到格基规约技术,通过对格基规约技术进行 QR 分解得到单位模矩阵的伪逆,不用再单独对其进行伪逆操作,进一步降低算法复杂度。将这种算法简称 GSO-CLLL-BD 算法,其具体步骤如下。

计算补矩阵 \tilde{H}_k 的零空间,首先对信道矩阵 H 做 LQ 分解:

$$H = LQ \quad (10)$$

其中, L 是分解所得到的 $N_R \times N_R$ 维下三角形矩阵; Q 是分解所得到的 $N_R \times N_T$ 维正交矩阵。

信道矩阵的伪逆可以表示为:

$$\begin{aligned} H^\dagger &= H^H (HH^H)^{-1} = Q^H L^H (LQ Q^H L^H)^{-1} \\ &= Q^H L^{-1} = [Q^H \hat{L}_1, Q^H \hat{L}_2, \dots, Q^H \hat{L}_K] \quad (11) \end{aligned}$$

因此,信道矩阵 H 和其伪逆矩阵 H^\dagger 的乘积可以表示为:

$$\begin{aligned} HH^\dagger &= \begin{bmatrix} H_1 Q^H \hat{L}_1 & H_1 Q^H \hat{L}_2 & \dots & H_1 Q^H \hat{L}_K \\ H_2 Q^H \hat{L}_1 & H_2 Q^H \hat{L}_2 & \dots & H_2 Q^H \hat{L}_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_K Q^H \hat{L}_1 & H_K Q^H \hat{L}_2 & \dots & H_K Q^H \hat{L}_K \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_K \end{bmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

由式(12),可以得到:

$$\tilde{H}_k Q^H \hat{L}_k = 0 \quad (13)$$

从式 (13) 说明 $Q^H \hat{L}_k$ 处于用户 k 补矩阵 \tilde{H}_k 的零空间中. 此时, 还需要对 $Q^H \hat{L}_k$ 进行 GSO 正交化获取正交矩阵 G_k , G_k 为补矩阵 \tilde{H}_k 零空间的正交基. 式 (12) 可以表示为:

$$H[G_1, G_2, \dots, G_K] = \begin{bmatrix} H_1 G_1 & H_1 G_2 & \dots & H_1 G_K \\ H_2 G_1 & H_2 G_2 & \dots & H_2 G_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_K G_1 & H_K G_2 & \dots & H_K G_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 G_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H_2 G_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & H_K G_K \end{bmatrix} \quad (14)$$

从式 (14) 可以得知, G_k 满足用户零 MUI 的要求. 记 G_k 为用户 k 的预编码矩阵的前半部分:

$$W_k^a = G_k \quad (15)$$

在求得预编码矩阵的前半部分后, 用户 k 的等效信道矩阵可以表示为:

$$\tilde{H}_k = H_k W_k^a \quad (16)$$

由于传统的 BD 算法为考虑信道噪声的影响, 因此在接收端, 信道噪声被放大了. 改进算法在进行格基规约操作前, 为了考虑信道噪声, 对用户 k 的等效信道矩阵 \tilde{H}_k 进行扩展:

$$\hat{H}_k = \begin{bmatrix} \tilde{H}_k & \sqrt{\alpha} I_{N_k} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, α 为噪声控制因子.

对扩展矩阵 \hat{H}_k 进行格基规约操作, 可以得到:

$$\hat{H}_k = \hat{H}_k T_k^{-1} \quad (18)$$

其中, \hat{H}_k 是通过改进格基规约得到的约减矩阵; T_k 是扩展矩阵 \hat{H}_k 的单位模矩阵.

由式 (18) 可以得到约减矩阵表示为:

$$\hat{H}_k = \hat{H}_k T_k = \begin{bmatrix} \tilde{H}_k & \sqrt{\alpha} I_{N_k} \end{bmatrix} T_k = \begin{bmatrix} \tilde{H}_k T_k & \sqrt{\alpha} T_k \end{bmatrix} \quad (19)$$

在传统的格基规约算法中, 求取单位模矩阵需要对等效信道矩阵 \hat{H}_k 进行伪逆操作^[16], 改进的格基规约算法利用 QR 分解代替了伪逆操作, 使其复杂度得到了进一步的减小.

扩展等效信道矩阵 \hat{H}_k 的共轭转置进行 QR 分解:

$$\hat{H}_k^H = \begin{bmatrix} \tilde{H}_k T_k \\ \sqrt{\alpha} T_k \end{bmatrix} = \hat{Q}_k \hat{R}_k = \begin{bmatrix} \hat{Q}_k^1 \\ \hat{Q}_k^2 \end{bmatrix} \hat{R}_k = \begin{bmatrix} \hat{Q}_k^1 \hat{R}_k \\ \hat{Q}_k^2 \hat{R}_k \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中, \hat{R}_k 表示 $N_k \times N_k$ 的上三角矩阵; \hat{Q}_k 表示 $(N_k + N_k) \times N_k$ 的正交矩阵; \hat{Q}_k^1 、 \hat{Q}_k^2 表示矩阵 \hat{Q}_k 的前 N_k 和后 N_k 行.

通过式 (20) 可以求得:

$$\begin{aligned} \sqrt{\alpha} T_k &= \hat{Q}_k^2 \hat{R}_k \Rightarrow \hat{R}_k = \sqrt{\alpha} (\hat{Q}_k^2)^{-1} T_k \\ &\Rightarrow \hat{R}_k^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} T_k^{-1} \hat{Q}_k^2 \\ &\Rightarrow (\hat{R}_k^{-1})^H = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} (\hat{Q}_k^2)^H T_k^{-1} \end{aligned} \quad (21)$$

根据式 (21) 与式 (22), 用户 k 的预编码矩阵的第 2 部分为:

$$\begin{aligned} W_k^b &= \beta H_k^\dagger = \beta A_k \hat{H}_k^H (\hat{H}_k \hat{H}_k^H)^{-1} \\ &= \beta A_k \hat{Q}_k \hat{R}_k ((\hat{Q}_k \hat{R}_k)^H \hat{Q}_k \hat{R}_k)^{-1} \\ &= \beta A_k \hat{Q}_k \hat{R}_k (\hat{R}_k^H \hat{Q}_k^H \hat{Q}_k \hat{R}_k)^{-1} \\ &= \beta A_k \hat{Q}_k (\hat{R}_k^H)^{-1} = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} \hat{Q}_k^1 (\hat{Q}_k^2)^H T_k^{-1} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, β 表示功率控制因子 $\sqrt{N_T / \text{Trace}(\hat{H}^\dagger (\hat{H}^\dagger)^H)}$; A_k 表示 $\hat{H}_k^H (\hat{H}_k \hat{H}_k^H)^{-1}$ 的上半部分矩阵 $\begin{bmatrix} I_{N_k} & 0_{N_k \times N_k} \end{bmatrix}$.

遍历所有的用户, 得到 BD 算法的预编码矩阵为:

$$W = W^a W^b \quad (23)$$

5 性能分析与仿真

本文采用 $5 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ 室内模型作为研究对象, 主要参考文献 [7]. 发射端由 4 个 LED 阵列组成, 每个阵列设置有 60×60 个 LED 芯片. 以地面为参考物, 接收平面距地面 0.85 m, 其具体仿真参数见表 1.

表 1 预编码多用户室内可见光 MIMO 系统参量

参数	数值	参数	数值
光检测器的面积 (cm^2)	1.0	传输速率 (Mb/s)	1.0
噪声宽带因子	0.562	调制指数	0.2
反射系数	1.5	背景光电流 (μA)	5 100
LED 半功率角 ($^\circ$)	70	光检测器的视场角 ($^\circ$)	60
传输速率 (Mb/s)	100	光检测器响应度 (A/W)	0.56

本文选取传统的室内模型分析系统的性能, 如图 2 所示, UE 表示用户位置, AP 表示 LED 位置.

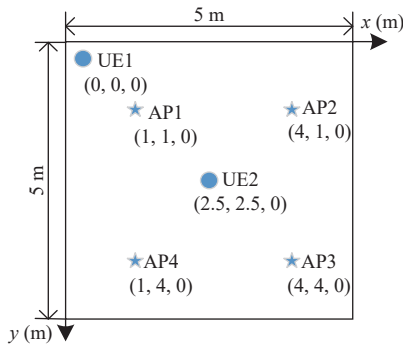


图2 LED与用户的位置

5.1 复杂度分析

在本节中,对算法复杂度进行分析,采用浮点操作数(flops)对复杂度进行度量.分析了BD算法和本文提出的GSO-CLLL-BD算法的复杂度.首先对两种算法所用到矩阵分解方式所需的浮点数进行了总结,如表2所示.

表2 矩阵运算所需的浮点数

操作	浮点数(flops)
QR ($A_{m \times n}$)	$16(mn^2 - m^2n + m^3)/3$
SVD ($A_{m \times n}$)	$24mn^2 + 48m^2n + 54m^3$
LQ ($A_{m \times n}$)	$12m^2n$

从表2中可以看出,QR分解、SVD分解、LQ分解中,SVD操作所产生的浮点运算数是最大的,LQ分解所需的浮点运算数最小,QR分解居中.GSO-CLLL-BD算法利用LQ分解和QR分解来代替SVD分解实现的,因此较BD算法,本文提出的GSO-CLLL-BD算法具有更低的复杂度.下面对两种算法每一步所需的浮点数进行总结.

表3所示为传统BD算法每一步所需要的浮点运算数.

由表3所示,传统BD算法总共所需浮点运算数为:

$$\begin{aligned} \psi_{BD} &= 24K^2N_T^2N_k - 2KN_TN_k - 2KN_k^2 \\ &\quad + (56K^2 - 40K + 48K)N_TN_k^2 \\ &\quad + (54K^3 - 162K^2 + 216K - 54)N_k^3 \\ &= O(K^2N_T^2N_k) \end{aligned} \quad (24)$$

参考文献[14]所提出的改进格基规约技术通过QR分解可以直接生成单位模矩阵的伪逆,可以大大降低运算复杂度.如表4所示,为文献[14]所提出的改进格基规约算法的计算复杂度与伪逆操作的复杂度对.

由表4可以看出,随着矩阵维度的增加,伪逆运算的浮点运算数急剧增加.

表3 BD算法的运算复杂度

矩阵操作	运算复杂度(flops)
SVD(\tilde{H}_k)	$K \cdot 6(9(K-1)^3N_k^3 + 8(K-1)^2N_k^2N_T + 4(K-1)N_kN_T^2)$
$H_k W_k^a$	$8KN_k^2N_T - 2KN_k^2$
SVD(\tilde{H}_k)	$K \cdot 6(9N_k^3 + 8N_k^2N_T + 4N_kN_T^2)$
$W = W^a W^b$	$8K^2N_k^2N_T - 2KN_kN_T$

表4 格基规约算法与单位模直接求逆所需的浮点运算数

基矩阵的维度	2	4	6	8	10
直接求逆	145.05	1351.56	4784.58	11557.68	22524.70
CLLL算法	42.67	341.33	1152	2730.67	5333.33

表5所示,为GSO-CLLL-BD算法每一步所需的浮点运算数.

表5 GSO-CLLL-BD算法复杂度

矩阵操作	运算复杂度(flops)
对信道矩阵进行LQ分解	$12K^2N_k^2N_T$
求取LQ分解后的上三角矩阵	$4K^3N_k^3/3$
对每个用户进行GSO正交化	$8K^2N_k^3$
得到前半部分预编码矩阵	$8K^2N_k^2N_T - 2KN_kN_T$
得到每个用户的等效矩阵	$8KN_k^2N_T - 2KN_k^2$
对扩展矩阵进行CLLL操作	由基矩阵维度决定,见表4,设为f
对扩展矩阵进行QR分解	$8K^2N_k^3$
求取QR分解后的上三角矩阵	$2KN_k$
将两部分预编码矩阵相乘	$8K^2N_k^2N_T - 2KN_kN_T$

由表4所示,GSO-CLLL-BD算法总共所需浮点运算数为:

$$\begin{aligned} \psi_{GSO-CLLL-BD} &= (26K^2 + 8K)N_TN_k^2 - 4KN_TN_k \\ &\quad + \left(\frac{4}{3}K^3 + 16K^2\right)N_k^3 - 2KN_k^2 \\ &\quad + f + 2KN_k \\ &= O(K^2N_k^2N_T) \end{aligned} \quad (25)$$

图3所示,假设每个用户上的数据流数目为 $N_k=2$,发射端和接收端的数目相等可看为 $N_T=KN_k$,比较BD算法和本文提出的改进的GSO-CLLL-BD算法随着用户数目变化时算法总共所需浮点数的变化情况.由图3可以看出,GSO-CLLL-BD算法在BD算法的基础上再降低了46.7%.

图4所示,固定用户数目为 $K=2$,发射天线数目为 $N_T=KN_k$,比较BD算法和本文所改进的GSO-CLLL-

BD 算法随着每个用户上数据流数目变化时算法总共所需浮点数的变化情况. 从图 4 可以看出, 当单用户数据流数目为 10 时, GSO-CLLL-BD 算法在 GSO-LDL-BD 算法的基础上再降低了 40.62%.

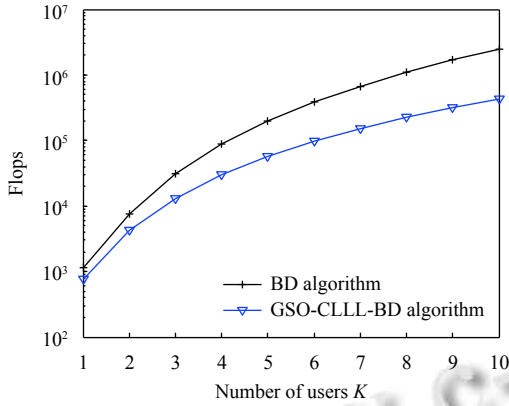


图 3 GSO-CLLL-BD 算法随用户数变化的复杂度情况

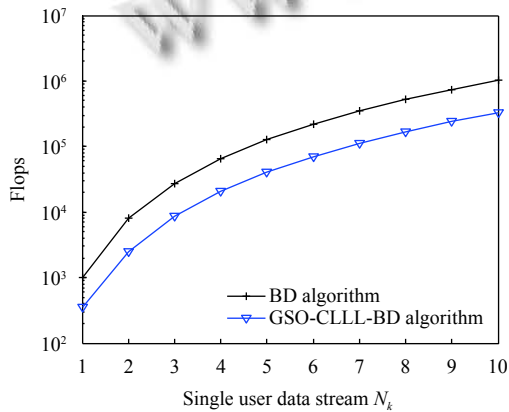


图 4 GSO-CLLL-BD 算法随用户数据流变化的复杂度

5.2 容量分析

以用户 k 为例, 假设在发射端的数据流采用等功率分配, 在发射端已知信道状态信息的情况下, 其系统容量可以表示为:

$$\begin{aligned}
 C_k &= \log_2 \det \left(I_k + \frac{SNR_k}{N_k} \bar{H}_k \bar{H}_k^H \right) \\
 &= \log_2 \det \left(I_k + \frac{SNR_k}{N_k} U \Lambda U^H \right) \\
 &= \log_2 \det \left(I_k + \frac{SNR_k}{N_k} \Lambda \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{N_k} \log_2 \left(1 + \frac{SNR_k}{N_k} \lambda_i \right) \tag{26}
 \end{aligned}$$

其中, SNR_k 表示用户接收天线的公共信噪比; λ_i 是对 \bar{H}_k 进行 SVD 操作后得到的第 i 个奇异值的平方.

由詹森不等式可以得到^[17]:

$$\begin{aligned}
 C_k &= \sum_{i=1}^{N_k} \log_2 \left(1 + \frac{SNR_k}{N_k} \lambda_i \right) \\
 &\leq N_k \log_2 \left(1 + \frac{SNR_k}{N_k} \left(\frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \lambda_i^2 \right) \right) \tag{27}
 \end{aligned}$$

由式 (27) 可以看出, 当且仅当 \bar{H}_k 的奇异值相等时 (\bar{H}_k 为正交矩阵), 等号成立时容量达到最大. 当 \bar{H}_k 的奇异值大小差异越小, 信道容量越接近最大值.

多用户 MIMO 信道容量可以等价于多个单用户 MIMO 信道容量之和. 因此, 可以对单用户 MIMO 信道容量进行分析, 进而对本节所改进的 BD 算法进行容量仿真. 容量公式采用:

$$C = \log_2 (\det(I + \sigma_n^{-2} H W W^H H^H)) (\text{bits/Hz}) \tag{28}$$

在矩阵论知识中, 通常采用条件数来表示矩阵奇异值的分布情况. 将 \bar{H}_k 的条件数记为 $cond(\bar{H}_k)$, 可以表示为:

$$cond(\bar{H}_k) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \tag{29}$$

当条件数为 1 时, 该矩阵为正交矩阵, 奇异值相等; 条件数越大, 矩阵奇异值分布越广泛, 正交性也越差. 因此, 采用条件数的分布情况来衡量系统的性能.

图 5 所示, GSO-CLLL-BD 算法的等效信道矩阵 \bar{H}_k 在格基规约前后, 条件数 $cond(\bar{H}_k)$ 在对数尺寸的概率密度函数 (probability density function, PDF) 分布情况. 由图 5 可以看出, 对等效信道矩阵 \bar{H}_k 进行格基规约操作后, 其条件数分布更加密集, 均值也更小, 可以得到正交性更好的等效信道矩阵, 从而提高系统性能.

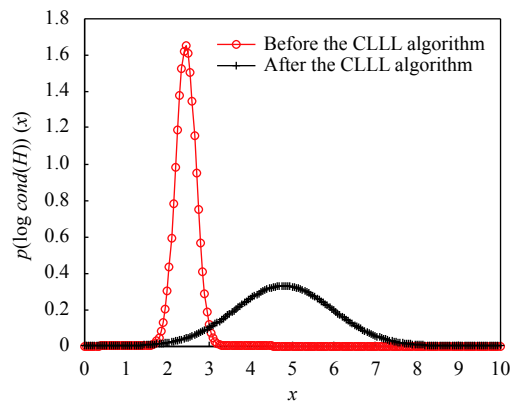


图 5 格基规约前后 \bar{H}_k 条件数的对数的概率密度函数

格基规约操作后得到的等效信道矩阵正交性更好。图6比较了BD算法和GSO-CLLL-BD算法随着信噪比变化时系统和容量的变化情况。与预期结果一致，GSO-CLLL-BD算法较BD算法，系统容量提高了2~10 bits/Hz。

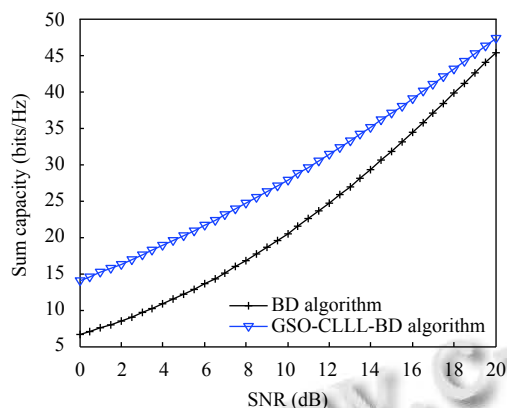


图6 GSO-CLLL-BD算法的容量分析

5.3 误码率对比

本文提出的GSO-CLLL-BD预编码算法通过格基规约技术来抑制数据流之间的干扰，在进行格基规约技术前引入了信道噪声，由图5的分析格基规约操作对等效信道矩阵的正交性也得到了提升，因此接收端的信号以及干扰加噪声比值达到最大，以此来优化误码率性能。图7是本文提出的GSO-CLLL-BD算法与传统BD算法的系统误码率的对比分析，从图5中可以看出，当单个LED的功率达到10 mW时，本文提出算法的误码率可达到 10^{-5} 左右，BD预编码算法只能达到 10^{-3} 。

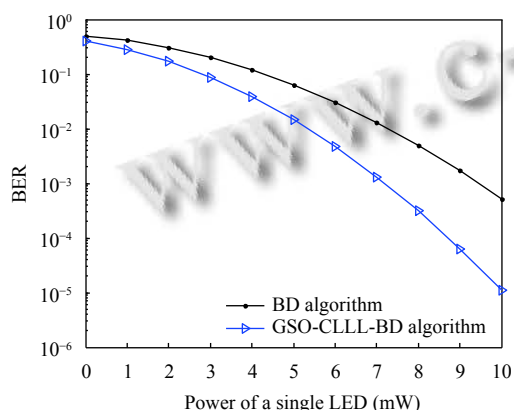


图7 系统误码率分析

6 结论

本文提出了一种改进BD预编码算法，该算法通

过采用正交分解中的施密特正交化传统BD预编码中的第1次SVD分解，通过正交性好的格基规约算法代替传统BD算法中的第2次SVD分解。并从算法复杂度、系统和容量以及系统误码率3个方面对本文所改进的GSO-CLLL-BD算法与BD算法进行仿真对比与分析，本文提出的改进算法在复杂度上降低了46.7%，随着用户数目的增加这种优势更明显，在系统和容量上得到了2~10 bits/Hz的提高，同时误码率上得到了2个量级的优化。

参考文献

- 迟楠, 贾俊连. 面向6G的可见光通信. 中兴通讯技术, 2020, 26(2): 11-19. [doi: 10.12142/ZTETJ.202002003]
- Rahman MT, Parthiban R, Bakaul M. Integration and evaluation of hybrid RoF-VLC network. 2020 IEEE 8th International Conference on Photonics (ICP). Kota Bharu: IEEE, 2020. 84-85. [doi: 10.1109/ICP46580.2020.9206488]
- Kumar A, Ghorai SK. Performance of MIMO-VLC system for different radiation patterns of LED in indoor optical wireless communication system. 2019 IEEE International Conference on Advanced Networks and Telecommunications Systems (ANTS). Goa: IEEE, 2019. 1-5. [doi: 10.1109/ANTS47819.2019.9118062]
- 王辉, 孙中杰. 基于子流选择BD预编码的MIMO可见光通信系统. 光电子技术, 2015, 35(2): 126-130. [doi: 10.19453/j.cnki.1005-488x.2015.02.013]
- 张云艳, 王辉. 基于模代数预编码的MIMO室内可见光通信系统. 计算机工程, 2017, 43(3): 84-88. [doi: 10.3969/j.issn.1000-3428.2017.03.015]
- 祝锴, 王丽, 胡捍英. 基于BD的改进多用户MIMO预编码算法. 信息工程大学学报, 2010, 11(1): 7-10. [doi: 10.3969/j.issn.1671-0673.2010.01.002]
- 张颖, 高悦, 柯熙政. 预编码室内MIMO可见光通信系统空间相关性分析. 光电工程, 2020, 47(3): 190666. [doi: 10.12086/oee.2020.190666]
- Zayani R, Roviras D. Low-complexity linear precoding for low-PAPR massive MU-MIMO-OFDM downlink systems. International Journal of Communication Systems, 2021, 34(12): e4889. [doi: 10.1002/dac.4889]
- 高明, 孙成越, 林少兴, 等. 一种改进的块对角化预编码算法. 工程科学与技术, 2018, 50(2): 112-117. [doi: 10.15961/j.jsuese.201601413]
- 吕尉邦, 贺光辉. 一种适用于多用户MIMO系统的低复杂度S-GMI-THP预编码算法及硬件实现. 微电子学与计算机, 2019, 36(7): 6-11. [doi: 10.19304/j.cnki.issn1000-7180]

- 2019.07.002]
- 11 Zhao S, Li QZ, Tian MX. Capacity-maximized transmitter precoding for MU MIMO VLC systems with bounded channel uncertainties. *IEEE Systems Journal*, 2020, 14(4): 5144–5147. [doi: [10.1109/JSYST.2020.2984692](https://doi.org/10.1109/JSYST.2020.2984692)]
 - 12 Chou CC, Wu JM. Low-complexity MIMO precoder design with LDLH channel decomposition. 2011 IEEE International Conference on Communications. Kyoto: IEEE, 2011. 1–5. [doi: [10.1109/icc.2011.5963033](https://doi.org/10.1109/icc.2011.5963033)]
 - 13 Wu J, Fang S, Li L, *et al.* QR decomposition and Gram Schmidt orthogonalization based low-complexity multi-user MIMO precoding. *Proceedings of the 10th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*. Beijing: IET, 2014. 61–66. [doi: [10.1049/ic.2014.0074](https://doi.org/10.1049/ic.2014.0074)]
 - 14 巫健. 多用户 MIMO 系统中基于格基规约的低复杂度预编码技术研究 [硕士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2015.
 - 15 Zu KK, de Lamare RC, Haardt M. Generalized design of low-complexity block diagonalization type precoding algorithms for multiuser MIMO systems. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(10): 4232–4242. [doi: [10.1109/TCOMM.2013.090513.130038](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2013.090513.130038)]
 - 16 王曼. 格基规约技术在混合预编码中的应用. *通信技术*, 2021, 54(1): 34–37. [doi: [10.3969/j.issn.1002-0802.2021.01.006](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-0802.2021.01.006)]
 - 17 王洪霞. 基于 r -凸函数的 Choquet 积分不等式. *模糊系统与数学*, 2020, 34(4): 57–65.

(校对责编: 孙君艳)