

灰狼优化算法在马斯京根模型参数估计中的应用^①

王梦娜, 王秋萍, 王晓峰

(西安理工大学 理学院, 西安 710054)

通讯作者: 王秋萍, E-mail: wqp566@sina.com

摘要: 为了提高马斯京根模型在河道洪水演算过程中的求解精度, 提出一种基于改进灰狼优化算法的马斯京根模型参数估计新方法, 并将其应用于南运河称沟湾至临清段洪水演算. 实验结果表明, 改进的灰狼优化算法可以有效地估算出马斯京根模型中的参数, 且与现有的马斯京根模型参数估计方法相比, 该算法计算精度更高, 具有更好的优化性能.

关键词: 洪水演算; 马斯京根模型; 灰狼优化算法; 参数估计

引用格式: 王梦娜, 王秋萍, 王晓峰. 灰狼优化算法在马斯京根模型参数估计中的应用. 计算机系统应用, 2018, 27(12): 198-203. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6711.html>

Application of Grey Wolf Optimizer to Parameter Estimation to Muskingum Routing Model

WANG Meng-Na, WANG Qiu-Ping, WANG Xiao-Feng

(Faculty of Sciences, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: In order to improve the computation accuracy of the Muskingum flood routing model, a new method of parameter estimation for Muskingum model based on the improved grey wolf optimizer (IGWO) is proposed and applied to the flood calculation in the south canal between Chenggouwan and Linqing River. The experimental results show that IGWO can effectively estimate the parameters of the Muskingum model. Compared with the other parameter estimation methods of Muskingum routing model, IGWO has higher calculation accuracy and better optimization performance.

Key words: flood routing; Muskingum routing model; grey wolf optimizer; parameter estimation

河道洪水演算是根据河道上游水情推求下游水情的一种洪水预报方法, 在防洪规划和水库调洪计算中有着重要的作用. 马斯京根模型是自然河道和河流中最常用的洪水演算方法之一, 它是美国著名科学家 McCarthy GT 在 1938 年研究了马斯京根河流域后首次提出的^[1]. 采用马斯京根模型进行洪水演算时, 由于参数值不能从历史入流和出流水文图得到, 所以模型的参数估计问题成为最重要的任务. 求解马斯京根模型参数的传统方法有试错法^[2]、最小二乘法^[3]和非线性规划法^[4]等, 这些方法在实际应用中计算过程复杂, 不具有足够的稳定性和高效性. 因此, 近年来许多学者

将智能优化算法应用于马斯京根模型参数估计, 并取得了较好的优化效果, 如遗传算法^[5]、差分进化算法 (DE)^[6]、入侵杂草优化算法^[7]、飞蛾火焰算法^[8]和免疫克隆选择算法^[9]等. 然而, 由于马斯京根模型本身的近似性及这些算法存在早熟收敛和易陷入局部极值等问题, 使得洪水演算的精度并不十分理想.

受自然界中灰狼的社会等级制度和捕食行为的启发, 学者 Mirjalili S 等人^[10]在 2014 年提出了一种新型元启发式算法, 称为灰狼优化算法 (Grey Wolf Optimizer, GWO). 算法的优点主要是结构简单、需要设置的参数少和在实验编码中容易实现等, 且研究结果表明其优

① 基金项目: 国家自然科学基金 (61772416)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61772416)

收稿时间: 2018-06-06; 修改时间: 2018-06-27, 2018-07-19; 采用时间: 2018-07-25; csa 在线出版时间: 2018-12-03

化性能优于 DE 算法、PSO 算法和引力搜索算法。然而，基本 GWO 算法存在依赖初始种群、易陷入局部最优和难以协调其探索和开发能力等缺点，针对这些缺点，本文对基本 GWO 算法进行了改进，利用混沌 Chebyshev 映射产生初始灰狼种群，增强全局搜索过程中的种群多样性；给出一种随机分布调整收敛因子策略，以平衡算法的全局搜索和局部搜索能力。采用 7 个基准测试函数对比仿真验证了改进 GWO 算法 (IGWO) 的有效性。最后用 IGWO 算法来估计马斯京根模型中的参数，对 1961 年称沟湾至临清段洪水进行演算，与现有的其它参数估计方法进行了对比分析。

1 马斯京根模型理论

马斯京根模型是一种常用的河道洪水演算方法，该方法利用河段水量槽蓄方程代替复杂的水动力方程，极大地简化了计算。其基本方程为^[9]：

$$\begin{cases} \frac{dW}{dt} = I - Q \\ W = K[xI + (1-x)Q] \end{cases} \quad (1)$$

式 (1) 中， W 为河段的槽蓄量， t 为时间， I 和 Q 分别为河段的入流量和出流量， x 为流量比重因子， K 为槽蓄系数。

式 (1) 的差分解为

$$\begin{cases} \tilde{Q}(1) = Q(1) \\ \tilde{Q}(i) = C_0 I(i) + C_1 I(i-1) + C_2 \tilde{Q}(i-1), i = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 中， $\tilde{Q}(i)$ 和 $Q(i)$ 分别为 i 时刻下断面的演算出流量和实际出流量， $I(i)$ 为第 i 个演算时段的入流量， n 为演算时段个数， C_0 、 C_1 、 C_2 为流量演算系数，满足

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1 \quad (3)$$

根据式 (2)、(3) 建立马斯京根模型的参数优化模型，优化模型如下：

$$\begin{aligned} \min F &= \sum_{i=2}^n (|C_0 I(i) + C_1 I(i-1) + C_2 \tilde{Q}(i-1) - Q(i)|)^q \\ \text{s.t.} \quad &g_1 : C_0 \in [0, 1] \\ &g_2 : C_1 \in [0, 1] \\ &g_3 : 1 - C_0 - C_1 \in [0, 1] \end{aligned} \quad (4)$$

文中取常数 $q = 1$ ，此时为最小一乘准则，对约束条件 g_3 采用惩罚函数进行处理，优化准则函数取为：

$$\min f = F + p(g_3(C_0, C_1)) \quad (5)$$

式 (5) 中 $p(g_3(C_0, C_1))$ 为惩罚项，当 g_3 满足时取 0，否则取 10^8 。

2 灰狼优化算法

2.1 基本灰狼优化算法

GWO 算法^[10]是通过模拟自然界中灰狼群体的社会等级机制和捕食行为而提出的一种新型群体智能优化算法。灰狼种群具有严格的等级制度，如图 1 所示。

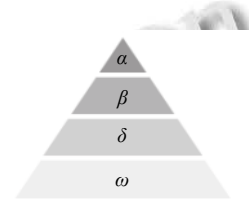


图 1 灰狼等级示意图

图 1 中， α 是最高级别的灰狼， β 是 α 的下属灰狼， δ 服从 α 及 β 的命令，等级最低的灰狼称为 ω 。灰狼群体严格的社会等级机制在实现群体高效捕杀猎物的过程中发挥着至关重要的作用。在捕食猎物时，群体中其它灰狼在头狼 α 的带领下有组织地对猎物进行围攻。首先，狼群通过气味等信息追踪、靠近猎物；然后，狼群包围猎物，直到猎物停止移动；最后，攻击猎物。

假设灰狼种群数目为 N ，灰狼的位置为 X 。群体最优解为 α ，次优解为 β ，第三最优解为 δ ，其它个体为 ω 。则灰狼捕食行为的数学模型描述如下：

$$D = |C \cdot X_p(t) - X(t)| \quad (6)$$

$$X(t+1) = X_p(t) - A \cdot D \quad (7)$$

其中， t 表示当前迭代次数， A 和 C 是系数向量， X_p 是猎物的位置向量， X 是灰狼的位置向量。

$$A = 2a \cdot r_1 - a \quad (8)$$

$$C = 2 \cdot r_2 \quad (9)$$

其中， r_1 和 r_2 均是 $[0, 1]$ 之间的随机数， a 是收敛因子，随着迭代次数从 2 线性递减到 0。

种群中其它灰狼的位置由 α 、 β 和 δ 的位置共同决定：

$$\begin{cases} D_\alpha = |C_1 \cdot X_\alpha - X|, & X_1 = X_\alpha - A_1 \cdot D_\alpha \\ D_\beta = |C_2 \cdot X_\beta - X|, & X_2 = X_\beta - A_2 \cdot D_\beta \\ D_\delta = |C_3 \cdot X_\delta - X|, & X_3 = X_\delta - A_3 \cdot D_\delta \end{cases} \quad (10)$$

$$X(t+1) = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} \quad (11)$$

2.2 改进的灰狼优化算法

GWO 算法自提出以来已在许多领域得到了应用,但其仍存在依赖初始种群和易陷入局部最优的缺点.为了解决这些问题,对基本 GWO 算法作如下改进:

(1) 混沌种群初始化

基本 GWO 算法在搜索空间中随机初始化灰狼种群,容易造成灰狼位置分布不均匀,导致种群多样性差.混沌映射具有较好的遍历性和不重复性,因此可以用来代替种群随机初始化.本文采用 Chebyshev 混沌映射产生灰狼种群的初始位置,映射方程^[11]为:

$$x_{n+1} = \cos(k \cos^{-1}(x_n)) \quad (12)$$

式(12)中 k 为阶次,当 $k \geq 2$ 时无论初始值选择如何接近,迭代出来的序列在此范围内都是混沌和遍历的.

(2) 随机分布调整收敛因子

由文献[10]可知,当 $|A| > 1$ 时,灰狼群体将扩大搜索范围寻找猎物,即全局搜索;当 $|A| < 1$ 时,灰狼群体将收缩搜索范围对猎物进行攻击,即局部搜索.因此, A 的大小与 GWO 算法的全局搜索和局部搜索能力有很大关系.由公式(8)可以看出, A 随着收敛因子 a 的变化而变化.

若将收敛因子 a 设定为服从某种分布的随机数,利用随机变量的特性调整控制参数,既能在进化初期

有机会取得较大或较小的值,又能在进化后期取得较小或较大的值,从而协调 GWO 算法的探索和开发能力.基于上述分析,受文献[12]的启发,本文提出一种随机分布调整收敛因子策略:

$$a = (a_{\max} - a_{\min}) \text{rand}() + \sigma \text{randn}() \quad (13)$$

式(13)中, a_{\max} 、 a_{\min} 是收敛因子的最大值和最小值, $\text{rand}()$ 是 $[0, 1]$ 均匀分布的随机数, $\text{randn}()$ 是正态分布的随机数, σ 是标准差.

2.3 仿真实验

为了验证 IGWO 算法的性能,利用其对国际上通用的 7 个经典测试函数进行求解,并与基本 GWO 算法、PSO 算法和细菌觅食算法(BFA)进行对比,比较结果如表 1 所示.其中 PSO 算法是通过模拟自然界鸟群觅食行为来寻找最优解的一种演化算法. BFA 算法是基于大肠杆菌觅食行为提出的一种仿生类群体智能算法.同时给出了 Sphere 函数和 Ackley 函数的收敛曲线图,如图 2 和图 3 所示.

算法的参数设置:各算法的种群规模均为 30,最大迭代次数为 500, PSO 算法中粒子速度 $V_{\max}=5$, $c_1=c_2=0.5$; BFA 算法中最大趋化代数 $N_c=20$,最大前进步数 $N_s=4$,复制操作执行次数 $N_{re}=10$,迁徙操作执行次数 $N_{ed}=2$,迁徙概率 $P_{ed}=0.25$.

表 1 4 种进化算法结果比较

函数	GWO		IGWO		PSO		BFA	
	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差
Sphere	1.66E-28	9.12E-28	5.64E-136	3.09E-135	0.0399	0.2665	1.14E+4	1.43E+3
Schwefel 2.22	4.67E-17	2.55E-16	3.45E-82	1.89E-81	0.1440	0.3163	0.6169	1.2102
Schwefel 1.2	4.24E-6	2.32E-5	5.83E-37	3.19E-36	0.0715	0.5129	1.29E+4	3.66E+3
Schwefel 2.21	7.07E-8	3.87E-7	1.47E-59	8.07E-59	0.0926	0.1421	34.4731	1.5770
Quartic	6.83E-5	3.74E-4	3.87E-6	2.11E-5	0.1063	0.8186	1.27E+8	1.57E+7
Rastrigin	0.3087	1.6906	0	0	3.0492	2.5106	4.12E+3	1.23E+3
Ackley	6.42E-15	3.52E-14	2.96E-17	1.62E-16	0.0350	0.2289	19.8889	1.2831

从表 1 的数据结果可以看出,在种群规模和最大迭代次数设置相同的情况下,与基本 GWO 算法、PSO 算法和 BFA 算法相比,IGWO 算法在 7 个测试函数上均表现出了较好的寻优性能,收敛精度有较大的提高,特别是 Rastrigin 函数收敛到了理论最优值.从图 2 和图 3 可以看出,IGWO 算法具有更高的求解精度和更快的收敛速度.

下面验证 Chebyshev 混沌初始化策略对算法性能的影响.图 4 和图 5 给出了 Schwefel 1.2 函数和 Quartic 函数在不同初始化策略下的收敛曲线, GWO 表示随机初始

化种群, Chebyshev-GWO 表示 Chebyshev 混沌初始化.从图 4 和图 5 可以看出,本文所采用的 Chebyshev 映射初始化种群策略,有效地提高了算法的收敛精度和收敛速度.

此外,讨论文中给出的随机调整收敛因子策略对算法性能的影响.图 6 和图 7 是 Schwefel 2.22 函数和 Ackley 函数采用不同收敛因子时的收敛曲线, GWO 表示收敛因子线性递减的 GWO 算法, a-GWO 表示随机调整收敛因子的 GWO 算法.从图 6 和图 7 可以看出,本文提出的随机调整收敛因子策略能有效地提高算法的收敛精度.

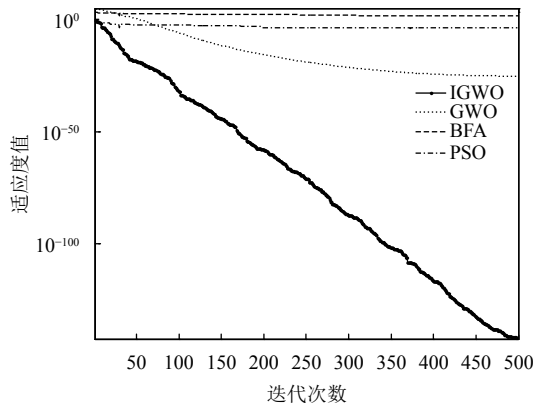


图2 Sphere 函数收敛曲线

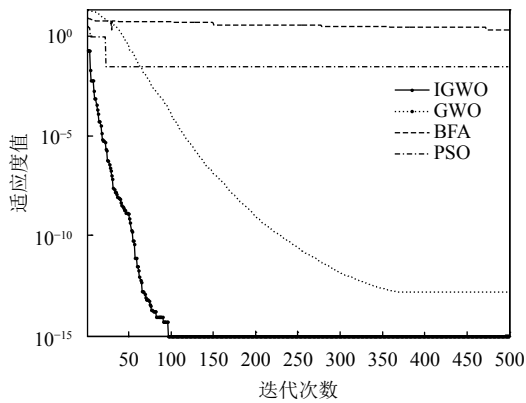


图3 Ackley 函数收敛曲线

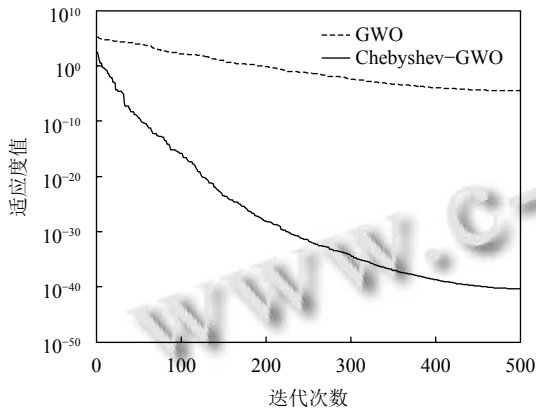


图4 Schwefel 1.2 函数在不同初始化策略下的收敛曲线

3 马斯京根模型的参数估计步骤

利用改进的灰狼优化算法 (IGWO) 估计马斯京根模型参数时, 每头灰狼的位置对应一组解, 以实际流量和演算流量的最小绝对误差和为目标函数, 运用 IGWO 对目标函数进行求解, 即以式 (5) 作为目标函数, 寻找 f 的最小值, 对应于最优准则函数值. 灰狼的个体位置

为一个 2 维矢量 $X = (x_{i1}, x_{i2})$, 其中 $i = 1, 2, \dots, N$ 代表种群数目, 2 代表所要估计的两个参数, 即 C_0 和 C_1 . 算法的具体执行步骤如下:

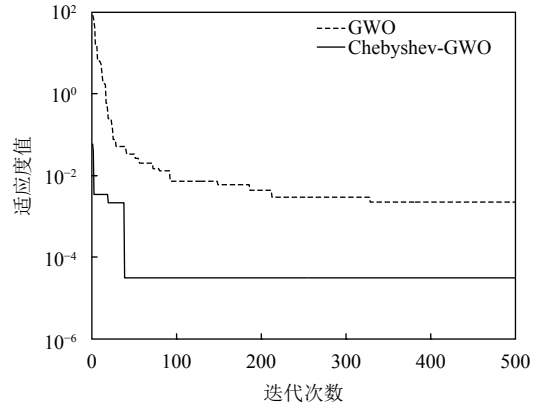


图5 Quartic 函数在不同初始化策略下的收敛曲线

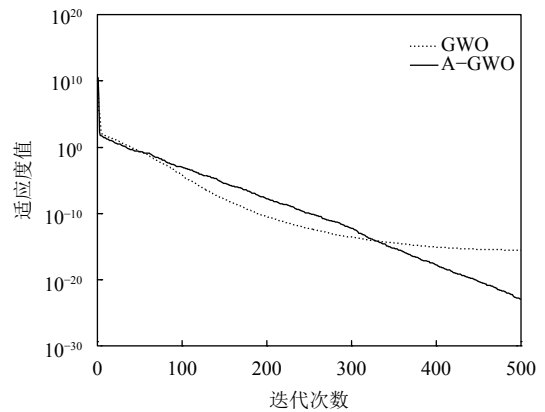


图6 Schwefel 2.22 函数在不同收敛因子下的收敛曲线

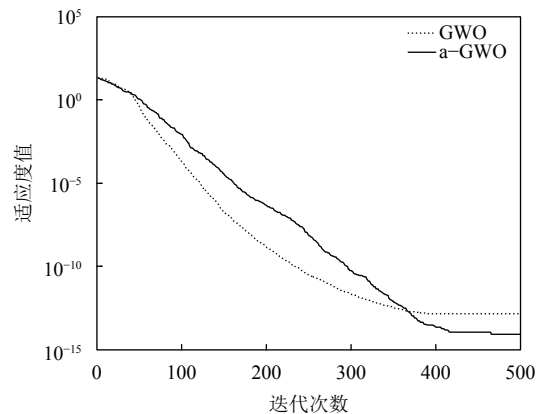


图7 Ackley 函数在不同收敛因子下的收敛曲线

Step1. 设置种群规模 $N=30$, 维数 $dim=2$, 最大迭代次数 $t_{max}=500$, 搜索区间为 $[0, 1]$, 随机生成 a 、 A 、 C 等参数.

Step2. 利用 Chebyshev 混沌映射策略初始化灰狼种群;

Step3. 将式 (5) 设置为适应度函数, 计算种群中所有灰狼个体的适应度值, 选择前三个最好的狼, 记录其位置 X_α 、 X_β 和 X_δ ;

Step4. 利用公式 (10) 和 (11) 更新种群中其它灰狼个体的位置;

Step5. 利用公式 (13) 计算 a , 然后利用公式 (8) 和 (9) 更新 A 、 C 的值;

Step6. 判断算法是否满足结束条件, 若达到预定的最大迭代次数 t_{max} , 则停止计算, 输出最优位置 X_α 和最优函数值; 否则, 重复执行 Step3–Step5.

表2 马斯京根模型出流量演算结果

日-时	I	Q	\hat{Q}	绝对误差	相对误差
14-20	261	228	228	0	0
15-08	389	300	305.1852	5.1852	0.0173
15-20	462	382	381.9983	0.0017	4.3594E-6
16-08	505	444	442.6997	1.3003	0.0029
16-20	525	490	483.5924	6.4076	0.0131
17-08	543	513	512.9976	0.0024	4.6572E-6
17-20	556	528	534.2836	6.2836	0.0119
18-08	567	543	550.4429	7.4429	0.0137
18-20	577	553	563.5262	10.5262	0.0190
19-08	583	564	573.1621	9.1621	0.0162
19-20	587	573	580.0175	7.0175	0.0122
20-08	595	581	587.3240	6.3240	0.0109
20-20	597	588	592.1428	4.1428	0.0070
21-08	597	594	594.5935	0.5935	9.9828E-4
21-20	589	592	592.0243	0.0243	4.1098E-5
22-08	556	584	574.8918	9.1082	0.0156
22-20	538	566	556.8471	9.1529	0.0162
23-08	516	550	536.9333	13.0667	0.0238
23-20	486	520	512.1834	7.8166	0.0150
24-08	505	504	507.9579	3.9579	0.0079
24-20	477	483	493.2235	10.2235	0.0212
25-08	429	461	462.3372	1.3372	0.0029
25-20	379	420	421.8703	1.8703	0.0044
26-08	320	368	372.3370	4.3370	0.0118
26-20	263	318	318.9730	0.9730	0.0031
27-08	220	271	270.3956	0.6044	0.0022
27-20	182	234	226.9968	7.0032	0.0299
28-08	167	193	197.1994	4.1994	0.0218
28-20	152	178	174.8682	3.1318	0.0176

利用 IGWO 算法估计马斯京根模型的参数, 并将演算结果的统计指标与现有参数估计方法估计的结果进行比较. 洪水演算结果如表 2 所示. 图 8 更直观、更清晰的展现了表 2 中的演算结果. 各方法比较结果如表 3 所示. 图 9 给出了 GWO 算法和 IGWO 算法估计马斯京根模型参数时的迭代收敛图.

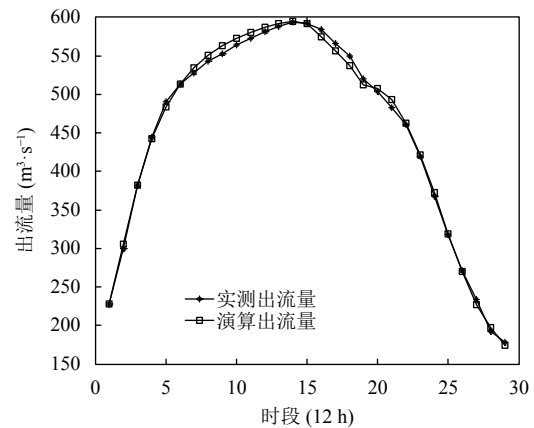


图8 IGWO 算法洪水演算效果

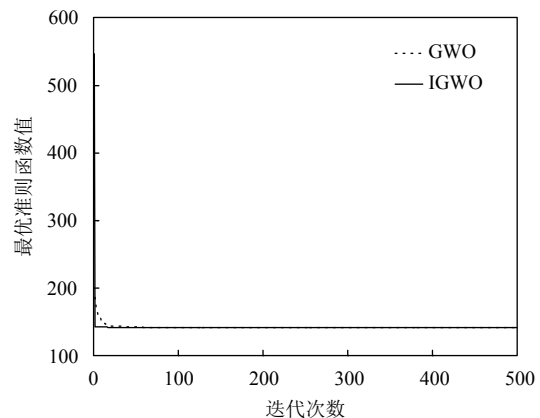


图9 GWO 和 IGWO 算法估计参数的迭代收敛曲线

从表 2 和表 3 的计算结果和各项评价指标评价的对比结果可以看出, 与现有的参数估计方法相比, IGWO 算法所求得的最优化准则函数值, 平均绝对误差和平均相对误差更小, 表明利用该算法估计马斯京根模型参数具有更高的求解精度. 从图 9 可以看出, IGWO 算法估计参数时收敛速度比基本 GWO 更快.

4 应用实例

以南运河称沟湾至临清河段 1961 年 8 月的一次洪水过程的流量演算为例 (该河段长 83.8 km, 中间支流影响不明显), 数据来源于文献[9], 演算时段 Δt 取 12 h.

5 结论

本文将改进的灰狼优化算法引入马斯京根模型, 对模型中的相关参数进行估计. 以南运河称沟湾至临清河段 1961 年的洪水资料为例, 验证了 IGWO 算法求解

马斯京根模型参数的有效性. 相比较于现有的其它参数估计方法, IGWO 算法能很好地解决马斯京根模型

的参数估计问题, 具有更高的求解精度和更好的实际应用价值.

表3 各参数估计方法估计的参数和相关性能比较

方法	C_0	C_1	C_2	最优准则函数值/($m^3 \cdot s^{-1}$)	平均绝对误差/($m^3 \cdot s^{-1}$)	平均相对误差/(%)
试错法 ^[2]	0.2857	0.4286	0.2857	207.0944	7.3962	1.7847
最小二乘法 ^[3]	0.4626	0.0843	0.4531	157.5074	5.6253	1.2897
非线性规划 ^[4]	0.4265	0.1264	0.4471	145.0020	5.1786	1.1610
SGA 算法 ^[13]	0.4461	0.0824	0.4715	143.6004	5.1286	1.1523
RAGA 算法 ^[14]	0.4600	0.0513	0.4887	142.1932	5.0783	1.1428
PSO 算法 ^[15]	0.4862	0	0.5138	142.0809	4.8993	1.1038
GGA 算法 ^[16]	0.4657	0.0427	0.4916	141.7612	4.8883	1.1015
GWO 算法	0.4730	0.0317	0.4953	141.2032	4.8691	1.098 974 51
IGWO 算法[本文]	0.4729	0.0316	0.4955	141.1947	4.8688	1.098 938 94

参考文献

- Mccarthy GT. The unit hydrograph and flood routing. Proceedings of the Conference of North Atlantic Division. Rhode Island, USA. 1939.
- 詹道江, 徐向阳, 陈元芳. 工程水文学. 4版. 北京中国水利水电出版社, 2010.
- Aldama AA. Least-squares parameter estimation for muskingum flood routing. Journal of Hydraulic Engineering, 1990, 116(4): 580–586. [doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1990)116:4(580)]
- Yoon J, Padmanabhan G. Parameter estimation of linear and nonlinear muskingum models. Journal of Water Resources Planning and Management, 1993, 119(5): 600–610. [doi: 10.1061/(ASCE)0733-9496(1993)119:5(600)]
- 黄兴春, 董增川, 陈甜, 等. 基于遗传算法的马斯京根模型参数优化. 水电能源科学, 2014, 32(7): 11–13, 22.
- 王文川, 徐冬梅, 邱林. 差分进化算法在马斯京根模型参数优选中的应用. 水利科技与经济, 2009, 15(9): 756–758. [doi: 10.3969/j.issn.1006-7175.2009.09.002]
- Ouyang AJ, Liu LB, Sheng Z, *et al.* A class of parameter estimation methods for nonlinear muskingum model using hybrid invasive weed optimization algorithm. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 573894.
- 崔东文, 金波. 飞蛾火焰优化算法在马斯京根模型参数优化中的应用. 人民珠江, 2016, 37(8): 30–34. [doi: 10.3969/j.issn.1001-9235.2016.08.007]
- 马玉新, 解建仓, 罗军刚. 基于免疫克隆选择算法的马斯京根模型参数估计. 计算机工程与应用, 2010, 46(34): 208–212. [doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.2010.34.063]
- Mirjalili S, Mirjalili SM, Lewis A. Grey wolf optimizer. Advances in Engineering Software, 2014, 69: 46–61. [doi: 10.1016/j.advengsoft.2013.12.007]
- Gandomi AH, Yang XS. Chaotic bat algorithm. Journal of Computational Science, 2014, 5(2): 224–232. [doi: 10.1016/j.jocs.2013.10.002]
- Zhu G P, Kwong S. Gbest-guided artificial bee colony algorithm for numerical function optimization. Applied Mathematics and Computation, 2010, 217(7): 3166–3173. [doi: 10.1016/j.amc.2010.08.049]
- De Jong KA. An analysis of behavior of a class of genetic adaptive systems[Ph.D. thesis]. Ann Arbor, MI, USA: University of Michigan, 1975.
- 金菊良, 杨晓华, 丁晶. 标准遗传算法的改进方案——加速遗传算法. 系统工程理论与实践, 2001, 21(4): 8–13. [doi: 10.3321/j.issn:1000-6788.2001.04.002]
- Wang WC, Kang YB, Qiu L. Optimal parameter estimation for muskingum model using a modified particle swarm algorithm. Proceedings of the 2010 Third International Joint Conference on Computational Science and Optimization. Washington, DC, USA. 2010. 153–156, [doi: 10.1109/CSO.2010.143]
- Yang XH, Yang ZF, Lu GH, *et al.* A gray-encoded, hybrid-accelerated, genetic algorithm for global optimizations in dynamical systems. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2005, 10(4): 355–363. [doi: 10.1016/j.cnsns.2003.12.005]