

基于顶点法向量约束的 Catmull-Clark 细分插值方法^①

林传銮

(福州墨尔本理工职业学院 计算机与文化创意系, 福州 350108)

通讯作者: 林传銮, E-mail: linchuanluan@vip.qq.com

摘要: 提出一种基于顶点法向量约束实现插值的两步 Catmull-Clark 细分方法. 第一步, 通过改造型 Catmull-Clark 细分生成新网格. 第二步, 通过顶点法向量约束对新网格进行调整. 两步细分分别运用渐进迭代方法和拉格朗日乘子法, 使得极限曲面插值于初始控制顶点和法向量. 实验结果证明了该方法可同时实现插值初始控制顶点和法向量, 极限曲面具有较好的造型效果.

关键词: Catmull-Clark 细分; 插值; 法向量; 渐进迭代; 拉格朗日乘子

引用格式: 林传銮. 基于顶点法向量约束的 Catmull-Clark 细分插值方法. 计算机系统应用, 2018, 27(11): 211-217. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6624.html>

Catmull-Clark Subdivision Interpolation Based on Vertex Normal Vector Constraint

LIN Chuan-Luan

(Computer & Cultural Innovation Department, Fuzhou Melbourne Polytechnic, Fuzhou 350108, China)

Abstract: A new scheme for constructing a two steps Catmull-Clark subdivision surface with the vertex normal vector constraint interpolates the vertices of a quadrilateral mesh with arbitrary topology. Firstly, the new mesh is generated by the modified Catmull-Clark subdivision. Secondly, the new mesh is adjusted through vertex normal vector constraints. The two-phase scheme makes the limit surface interpolate all vertices and normal vector in the original mesh by applying the progressive iterative method and the Lagrange multiplier method respectively. The experimental examples are given to show that the method is effective both in interpolating initial control points and normal vector, the limit surface has good modeling effect.

Key words: Catmull-Clark subdivision; interpolation; normal vector; progressive iterative; Lagrange multiplier

引言

曲面细分技术是计算机辅助几何设计 (Computer Aided Geometric Design, 简称 CAGD) 和计算机图形学 (Computer Graphics, 简称 CG) 的研究热点, 该研究成果已经在曲面造型、几何设计和处理、动画软件等方面上广泛应用^[1].

给定一个由初始控制顶点构成的网格, 细分规则

是根据相应的几何规则和拓扑规则, 在原有的网格上插入新的顶点, 通过不断的重复细分规则, 最终生成一个网格可表示为实体或极限曲面^[2,3]. 根据细分曲面是否通过初始控制顶点可以将细分方法分为两类, 分别是逼近型细分和插值型细分^[4], 逼近型细分生成的极限曲面相对于初始控制网格会收缩, 但是极限曲面光滑

① 基金项目: 福建省自然科学基金 (2010J01318)

Foundation item: Natural Science Foundation of Fujian Province (2010J01318)

收稿时间: 2018-04-09; 修改时间: 2018-04-27; 采用时间: 2018-05-03; csa 在线出版时间: 2018-10-24

性较好,相较于逼近型细分,插值型细分则要求极限曲面通过初始控制网格,但光顺性不如逼近型细分.典型的基于四边形网格的逼近型细分代表有 Catmull-Clark^[5]细分,生成的极限曲面在规则点处 C^2 连续,不规则点处 C^1 连续.典型的插值型细分代表有蝶型细分方法 (Butterfly Subdivision), 后来又由 Kobbelt 等^[6]作了改进,改进的细分方法可以在任意拓扑网格上实现 C^1 连续.插值型细分方法得到的极限曲面虽然不会收缩,但是极限曲面可能产生不必要的扭曲,并且对锐利形状的初始网格更加敏感,容易产生效果比较差的曲面.

实际应用当中常常要求极限曲面可以通过初始控制顶点,如何生成极限曲面既光顺,又能实现插值初始控制网格成为近年来计算机辅助几何设计研究的一个热点,其中 Hoppe^[7], Nasri^[8], Brunet^[9]以及 Halstead^[10]等提出全局优化方法构造出线性方程组反解控制顶点实现插值, Zheng 和 Cai^[11]提出一种用两步 Catmull-Clark 细分方法构造插值曲面,上述方法都需求解线性方程组,对稠密的控制网格难以处理.随着 B 样条曲线渐进迭代逼近 (Progressive Iterative Approximation, 简称 PIA) 方法在曲面细分研究方面的推广, Chen 等^[12]提出了 Catmull-Clark 细分的渐进迭代插值方法,上述方法缺少调整曲面造型的自由度. Lin 和 Pan 等^[13,14]通过两步细分的方法提出了基于形状控制的插值型 Loop 细分和 Catmull-Clark 细分, Guo 等^[15]提出基于渐进插值的 Catmull-Clark 双正交细分小波及其应用,分析了该算法具有较高的效率和稳定性,以上方法同时实现了插值和形状控制,但对于初始控制网格中存在着尖锐的顶点,仍缺少某些细节特征的处理,生成的细分曲面效果不够理想.

近年来, Catmull-Clark 细分建模方法的应用越来越广泛. Bénard 等^[16]利用 Catmull-Clark 细分实现了计算具有精确拓扑的光顺曲面轮廓. Wei 等^[17]提出了拓展截断层次的 Catmull-Clark 细分方法,改进了曲面的局部特征. Wang 等^[18]利用参数化的二阶 Bezier 生成插值型 Catmull-Clark 细分曲面.实际建模当中,细分曲面的形状控制起着重要作用,法向量可以量化的表示模型的某些细节特征,是曲面形状控制的重要因素,因此插值法向量对于曲面形状控制有着重要意义, Halstead^[10]

提出了 Catmull-Clark 细分的顶点法向量的计算方法,为了使应用渐进迭代方法生成的 Catmull-Clark 细分曲面既能实现形状控制,又能插值法向量,本文在文献[19]的基础上提出一种基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值算法,插值目标是给定一个闭合的初始四边形网格 $M^0 = (V, E)$, 其中 V 为顶点集, E 为边集,控制顶点相应的法向量 $N = \{N_1, N_2, \dots, N_m\}$, 生成的极限曲面插值初始网格 M^0 中的顶点集 V 和相应的法向量 N .

1 顶点法向量插值条件

本文讨论定义在闭合的四边形网格上的 Catmull-Clark 细分,几何规则是计算在细分过程中产生的新顶点(分别是新面点 F 点,新边点 E 点,新顶点 V 点),每一次细分后生成的新顶点的拓扑连接规则都保持一致.为了分析一个顶点周围的极限曲面,引入两个矩阵来描述局部的细分过程,分别是顶点的 1-领域顶点组成的列矩阵和相应的细分矩阵. v^i 为网格 M^0 中 n 个顶点中的一个, $V_n^i = \{v^i, e_1^i, \dots, e_n^i, f_1^i, \dots, f_n^i\}$ 为 v^i 对应 1-领域顶点组成的列矩阵, V_n^{i+1} 为 v^i 在一次细分后生成的相应列矩阵, V_n^{i+1} 可以通过 V_n^i 线性运算求得,方矩阵 S_n 为 Catmull-Clark 细分矩阵: $V_n^{i+1} = S_n V_n^i$. 由四边形网格组成的闭合初始网格相应的 Catmull-Clark 细分矩阵 S_4 为:

$$S_4 = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 6 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 1 & 6 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} * \frac{1}{16}$$

整个细分过程可以表示为对初始控制顶点重复左乘细分矩阵,因此,存在一个 S_n 使得 $V_n^{i+1} = S_n V_n^i$, 当 i 趋于无穷大时, V_n^{i+1} 为极限曲面.

Halstead 通过对 Doo-Sabin 细分进行分析获得细分矩阵 S_n 与极限曲面的性质,可以推广到 Loop 细分与 Catmull-Clark 细分,同时给出了 S_n 的左特征向量与极限法向量的关系,从而推导出极限顶点法向量的计算方法.

引理 1^[10]. 初始控制网格 M^0 上的任一顶点 v , 该项

点 1-领域顶点集为 V_n^1 以及相应的局部细分矩阵为 S_n , 它会收敛到顶点 $v^\infty = l_1 * V_n^1$, l_1 是 S_n 上特征值为 1 的特征向量, 如果 S_n 满足以下条件: (1) 矩阵的每个特征值都是不亏损的; (2) 矩阵具有仿射不变性; (3) 特征值满足 $\lambda_1 = 1 \geq \lambda_2 = \lambda_3 > \lambda_4$. 则顶点 v 在细分曲面上的极限点 v^∞ 处的法向量 $N^\infty = C_2 \times C_3$, 其中 $C_2 = l_2 * V_n^1$, $C_3 = l_3 * V_n^1$, l_2 和 l_3 分别为细分矩阵 S_n 的特征值 λ_2 和 λ_3 的左特征向量.

Catmull-Clark 细分中细分矩阵 S_n 的主特征值 $\lambda_1 = 1$, 相对应的左特征向量 $l_1 = [n^2, 4, \dots, 4, 1, \dots, 1] / [n(n+5)]$, 则:

$$v^\infty = \frac{n^2 v + 4 \sum_j e_j + 4 \sum_j f_j}{n(n+5)} \quad (1)$$

次主特征值 $\lambda_2 = \lambda_3 = \frac{4+A_n}{16}$, 相应的次主特征向量:

$$l_2 = (0, A_n \cos \frac{2\pi}{n}, A_n \cos \frac{2\pi * 2}{n}, \dots, A_n \cos \frac{2\pi * n}{n}, \cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{2\pi * 2}{n}, \cos \frac{2\pi * 2}{n} + \cos \frac{2\pi * 3}{n}, \dots, \cos \frac{2\pi * n}{n} + \cos \frac{2\pi * (n+1)}{n})$$

$$l_3 = (0, A_n \sin \frac{2\pi}{n}, A_n \sin \frac{2\pi * 2}{n}, \dots, A_n \sin \frac{2\pi * n}{n}, \sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{2\pi * 2}{n}, \sin \frac{2\pi * 2}{n} + \sin \frac{2\pi * 3}{n}, \dots, \sin \frac{2\pi * n}{n} + \sin \frac{2\pi * (n+1)}{n})$$

其中 n 为顶点 v 的度, 则 $A_n = 1 + \cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{\pi}{n} \sqrt{2 * (9 + \cos \frac{2\pi}{n})}$, 则:

$$n^\infty = \left\{ \sum_j \left[A_n \cos \frac{2\pi j}{n} e_j + \left(\cos \frac{2\pi j}{n} + \cos \frac{2\pi(j+1)}{n} \right) f_j \right] \right\} \times \left\{ \sum_j \left[A_n \sin \frac{2\pi j}{n} e_j + \left(\sin \frac{2\pi j}{n} + \sin \frac{2\pi(j+1)}{n} \right) f_j \right] \right\} \quad (2)$$

2 两步 Catmull-Clark 细分插值方法

两步 Loop 细分插值方法在文献[19]中第一次被提出, 本文提出的方法是给定一个初始控制网格 M^0 , 通过两步 Catmull-Clark 细分插值方法使得生成的极限曲面

S^∞ 插值于初始控制顶点 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ 和相应的法向量 $N = \{N_1, N_2, \dots, N_m\}$. 两步 Catmull-Clark 细分方法中第一步是对初始控制网格 M^0 进行一次改造型 Catmull-Clark 插值细分^[14]得到新的控制网格 \bar{M}^0 , 然后对新的控制网格生成极限曲面 S^0 , 调整新顶点位置, 生成控制网格 \tilde{M}^0 ; 第二步是调整新边点和新面点位置. 经过以上两步 Catmull-Clark 细分可以生成 M^1 , 其中调整新顶点是为了实现插值初始控制顶点, 调整新边点和新面点是为了实现插值法向量. 重复上述过程会得到一系列网格 $M^k (k = 1, 2, \dots)$, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 极限曲面 S^k 插值初始网格 M^0 上的控制顶点 V 和法向量 N . 两步 Catmull-Clark 细分规则中的第一步分为两个步骤, 第一个步骤是对初始控制网格 M^0 进行一次改造型 Catmull-Clark 插值细分得到新的控制网格 \bar{M}^0 . 具体的第一个步骤:

1) 拓扑规则与传统的 Catmull-Clark 细分方法保持不变;

2) 几何规则中, 新边点和新面点与传统的 Catmull-Clark 细分方法保持不变. 新顶点的取法修改为:

$$v^1 = \lambda v^0 + (1 - \lambda)[\alpha E + (1 - \alpha)F] \quad (3)$$

其中, E 是顶点 v^0 的所有 1-领域相邻顶点 e_i 的平均即 $E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i$. F 为顶点 v^0 的 1-领域面上与 v^0 不相邻的顶点 f_i 的平均即 $F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i$. 其中参数 $\alpha = 10/13$, 以及 $\lambda = (7/20, 1]$.

第二个步骤是调整控制网格 \bar{M}^0 上的新顶点 v^1 , 调整新顶点是为了实现插值初始控制顶点 v^0 . 首先计算顶点 v^1 在 Catmull-Clark 细分后的极限曲面上相应的顶点 v_∞^1 , 由式 (1) 和式 (3) 得:

$$v_\infty^1 = \frac{(n^2 \lambda + 7n/4)v^1 + \beta_n \sum_{i=1}^n e_i^1 + \frac{3}{10} \beta_n \sum_{i=1}^n f_i^1}{n(n+5)}$$

其中, $\beta_n = \frac{10n(1-\lambda)}{13} + \frac{5}{2}$. 计算初始控制网格 M^0 上初始控制顶点 v^0 与极限点 v_∞^1 的距离 d^0 , 则 $d^0 = v^0 - v_\infty^1$, 将这个距离向量与控制网格 \bar{M}^0 上的顶点 v^1 相加得到新顶点 $\tilde{v}^1 = v^1 + d^0$, 此时由 $\tilde{v}^1, e_i^1, f_i^1$ 构成的控制网格为 \tilde{M}^0 . 经过 $k (k \rightarrow \infty)$ 次渐进迭代生成的极限曲面会插值于初始控制网格, 这是因为 $k+1$ 细分迭代后:

$$d^{k+1} = v^0 - v_{\infty}^{k+1} = v^0 - \frac{\left(n^2\lambda + \frac{7}{4}n\right)v^{k+1} + \left[n(1-\lambda)\frac{10}{13} + \frac{5}{2}\right]\sum_i e_i^{k+1} + \left[n(1-\lambda)\frac{3}{13} + \frac{3}{4}\right]\sum_i f_i^{k+1}}{n(n+5)}$$

$$= d^k - \frac{\left(n^2\lambda + \frac{7}{4}n\right)d^k + \left[n(1-\lambda)\frac{10}{13} + \frac{5}{2}\right]\sum_i d_{e_i}^k + \left[n(1-\lambda)\frac{3}{13} + \frac{3}{4}\right]\sum_i d_{f_i}^k}{n(n+5)} = 0$$

第二步是调整新边点 e_i^1 和新面点 f_i^1 , 调整 e_i^1 和 f_i^1 是为了插值法向量. 由引理 1 可知, 顶点 v 的极限法向量只与该点 1-领域相邻顶点 e_i^1 和 1-领域面上与 v 不相邻的顶点 f_i^1 有关, 因此对网格 \bar{M}^0 上的每个新顶点 v^1 , 与它对应的新边点 $e_i^1 (i=1, 2, \dots, n)$ 和新面点 $f_i^1 (i=1, 2, \dots, n)$ 都加上一个适当的差向量 δ_i , $\tilde{e}_i^1 = e_i^1 + \delta_i$ 以及 $\tilde{f}_i^1 = f_i^1 + \delta_i$, 则 $\tilde{v}^1, \tilde{e}_i^1, \tilde{f}_i^1$ 构成控制网格 M^1 . 对于 M^1 的极限法向量 \tilde{N} , 要使得 \tilde{N} 插值于给定的法向量 N , 必须选取适当的差向量 δ_i . 如何选取差向量 δ_i 将在第 3 节进行介绍.

3 插值法向量分析

要证明第 2 节给出的两步 Catmull-Clark 细分的初始控制顶点法向量插值, 就是要确定差向量 δ_i , 从而获

$$\begin{aligned} \tilde{N} &= \{0 * v^1 + \sum_{i=1}^n \left[A_n \cos \frac{2\pi i}{n} (e_i^1 + \delta_i) + \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + \cos \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) (f_i^1 + \delta_i) \right]\} \\ &\quad \times \left\{ 0 * v^1 + \sum_{i=1}^n \left[A_n \sin \frac{2\pi i}{n} (e_i^1 + \delta_i) + \left(\sin \frac{2\pi i}{n} + \sin \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) (f_i^1 + \delta_i) \right]\right\} \\ &= \left\{ C_2 + \sum_{i=1}^n A_n \cos \frac{2\pi i}{n} \delta_i \right\} + \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + \cos \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) \delta_i \times \left\{ C_3 + \sum_{i=1}^n \left[A_n \sin \frac{2\pi i}{n} \delta_i + \left(\sin \frac{2\pi i}{n} + \sin \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) \delta_i \right]\right\} \\ &= \left(C_2 + \sum_{i=1}^n a_i \delta_i \right) \times \left(C_3 + \sum_{i=1}^n b_i \delta_i \right) \\ a_i &= \sum_{i=1}^n \left[A_n \cos \frac{2\pi i}{n} + \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + \cos \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) \right], \quad b_i = \sum_{i=1}^n \left[A_n \sin \frac{2\pi i}{n} + \left(\sin \frac{2\pi i}{n} + \sin \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) \right] \end{aligned} \tag{4}$$

要使 \tilde{N} 插值给定的 N^∞ , 需满足 $\tilde{N} = N^\infty$. 由式 (4) 知, 即满足:

$$\left(C_2 + \sum_{i=1}^n a_i \delta_i \right) \perp N^\infty \tag{5}$$

$$\left(C_3 + \sum_{i=1}^n b_i \delta_i \right) \perp N^\infty \tag{6}$$

上述差向量 δ_i 的解有很多, 这里需要解出尽可能小的 δ_i , 因此结合式 (5) 和 (6), 提出最小约束的优化问题:

得相应的法向量 \tilde{N} 插值于给定的法向量 N^∞ .

设网格 \bar{M}^0 上的任一顶点 v^1 (见式 (3)), 由引理 1 可知, 该点在细分曲面上的极限点 v_∞^1 处的法向量 $N^\infty = C_2 \times C_3$, 其中:

$$C_2 = \sum_{i=1}^n \left[A_n \cos \frac{2\pi i}{n} e_i^1 + \left(\cos \frac{2\pi i}{n} + \cos \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) f_i^1 \right]$$

$$C_3 = \sum_{i=1}^n \left[A_n \sin \frac{2\pi i}{n} e_i^1 + \left(\sin \frac{2\pi i}{n} + \sin \frac{2\pi(i+1)}{n} \right) f_i^1 \right]$$

其中, n 为顶点 v^1 的度, e_i^1 为顶点 v^1 1-领域相邻顶点, f_i^1 为顶点 v^1 1-领域面上与 v 不相邻的顶点.

实现初始控制顶点法向量插值的关键是调整网格 \bar{M}^0 上新边点 e_i^1 和新面点 f_i^1 , 每个新边点 e_i^1 和新面点 f_i^1 加上一个适当的差向量 δ_i 得到网格 M^1 , 此时顶点 v^1 的法向量为 \tilde{N} , 由式 (2) 得:

$$\min \sum_{i=1}^n \delta_i * \delta_i \tag{7}$$

s.t.

$$\left(C_2 + \sum_{i=1}^n a_i \delta_i \right) * N^\infty = 0 \tag{8}$$

$$\left(C_3 + \sum_{i=1}^n b_i \delta_i \right) * N^\infty = 0 \tag{9}$$

这里采用拉格朗日乘子法求解上述问题, 引入两个拉格朗日乘子 ω_1 和 ω_2 , ω_1 和 ω_2 都为标量. 相应的目标函数为:

$$F = \sum_{i=1}^n \delta_i * \delta_i + \omega_1(C_2 + \sum_{i=1}^n a_i \delta_i) * N^\infty + \omega_1(C_3 + \sum_{i=1}^n b_i \delta_i) * N^\infty$$

$$\omega_2 = \frac{2C_3 * N^\infty}{\sum_{i=1}^n b_i^2 N^{\infty 2}}$$

让 $\frac{dF}{d\delta_i} = 0$, 因此有:

$$\frac{dF}{d\delta_k} = 2\delta_k + \omega_1 a_k N^\infty + \omega_2 b_k N^\infty = 0, (k = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

求得:

$$\delta_k = -\frac{1}{2}(\omega_1 a_k N^\infty + \omega_2 b_k N^\infty) \quad (11)$$

将式 (11) 代入式 (8) 和式 (9) 中得:

$$2C_2 * N^\infty - \omega_1 \sum_{i=1}^n a_i^2 N^{\infty 2} - \omega_2 \sum_{i=1}^n a_i b_i N^{\infty 2} = 0$$

$$2C_3 * N^\infty - \omega_1 \sum_{i=1}^n a_i b_i N^{\infty 2} - \omega_2 \sum_{i=1}^n b_i^2 N^{\infty 2} = 0$$

由于本文讨论闭合的四边形网格上的 Catmull-Clark 细分, 则网格上每个顶点的度 $n = 4$, 因此通过三角函数的运算得出: $\sum_{i=1}^n a_i b_i = 0$, 推导出:

$$\omega_1 = \frac{2C_2 * N^\infty}{\sum_{i=1}^n a_i^2 N^{\infty 2}}$$

得到新边点和新面点的差向量为:

$$\delta_k = -\frac{1}{2} \left(\frac{2C_2 * N^\infty}{\sum_{i=1}^n a_i^2 N^{\infty 2}} a_k + \frac{2C_3 * N^\infty}{\sum_{i=1}^n b_i^2 N^{\infty 2}} b_k \right) N^\infty$$

4 实验结果与分析

本文利用 Visual Studio 2012 和 CSGL 实现了基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值方法. 本文给出了 4 个四边形网格模型的例子, 各个顶点处形状控制参数值都取 $\lambda = 0.7$, 其中标记红色的顶点为初始网格对应的顶点. 例 1 为正方体网格, 实验结果见图 1, 例 2 为圆环形网格, 实验结果见图 2, 例 3 为圆锥形网格, 实验结果见图 3, 例 4 为正方体与球形, 实验结果见图 4, 图中 (a) 表示初始控制网格, (b) 表示 Catmull-Clark 细分 2 次, (c) 表示改造型 Catmull-Clark 细分 2 次, (d) 表示本文基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分 2 次. 从实验结果看, 本文给定的方法生成的曲面插值于初始控制网格和给定的法向量, 方法简单, 曲面造型效果良好.

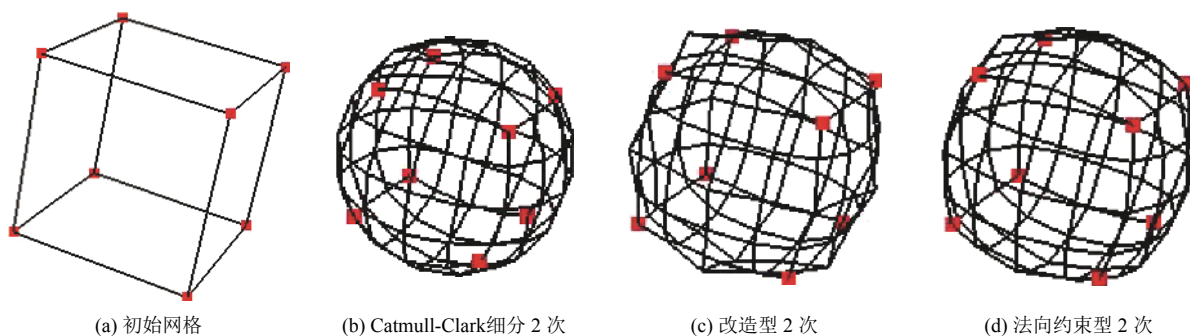


图 1 基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值方法 (正方体形)

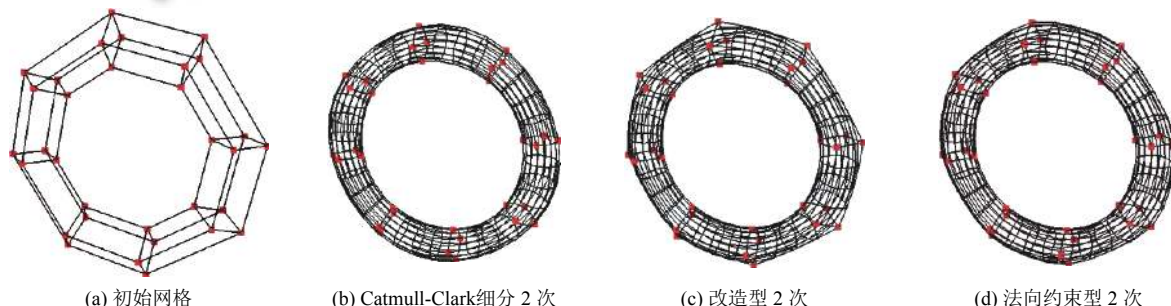


图 2 基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值方法 (圆环形)

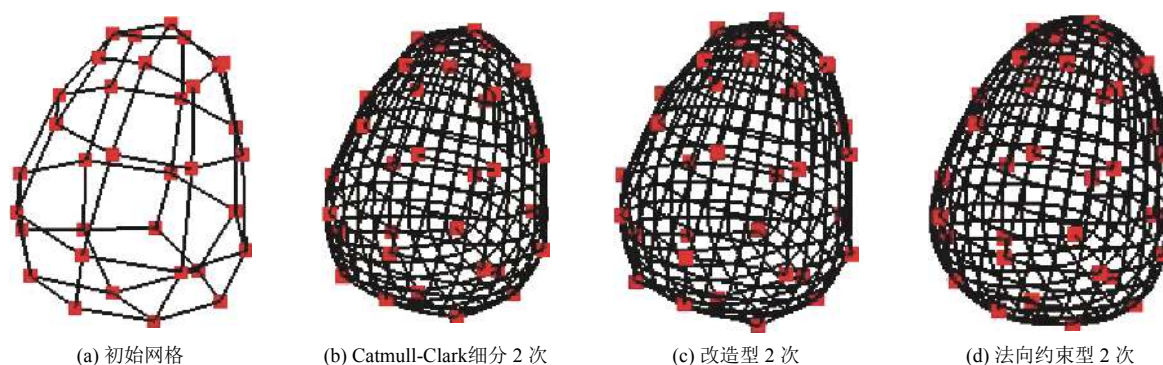


图3 基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值方法 (圆锥形)

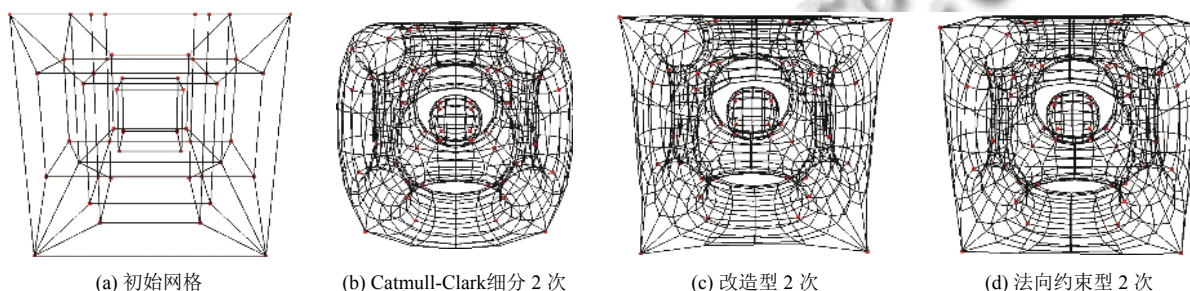


图4 基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值方法 (正方体与球形)

5 结语

本文提出了一种基于顶点法向量约束的两步 Catmull-Clark 细分插值方法,该方法在改造型 Catmull-Clark 细分规则基础上结合初始控制顶点法向量的约束实现对 Catmull-Clark 细分生成曲面的插值,引入拉格朗日乘法求出乘子,从而求出差向量实现插值法向量.该方法同时具有形状调整和插值法向量两个特性,丰富了细分曲面造型的形状控制方法.本文方法只研究了实验图形的效果,还可以继续研究细分的精度和效率.

参考文献

- 林淑金. 插值逼近融合的曲面造型方法研究与应用[博士学位论文]. 广州: 中山大学, 2008.
- Hassan MF, Ivrišimtzis IP, Dodgson NA, *et al.* An interpolating 4-point C2 ternary stationary subdivision scheme. *Computer Aided Geometric Design*, 2002, 19(1): 1–18. [doi: 10.1016/S0167-8396(01)00084-X]
- Shi Z, Lin SJ, Luo XN, *et al.* Interpolatory and mixed loop schemes. *Computer Graphics Forum*, 2008, 27(7): 1829–1835. [doi: 10.1111/cgf.2008.27.issue-7]
- 王国瑾, 汪国昭, 郑建民. 计算机辅助几何设计. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- Catmull E, Clark J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. *Computer-Aided Design*, 1978, 10(6): 350–355. [doi: 10.1016/0010-4485(78)90110-0]
- Kobbelt L. Interpolatory subdivision on open quadrilateral nets with arbitrary topology. *Computer Graphics Forum*, 1996, 15(3): 409–420. [doi: 10.1111/cgf.1996.15.issue-3]
- Hoppe H, DeRose T, Duchamp M, *et al.* Piecewise smooth surface reconstruction. *Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. New York, NY, USA. 1994. 295–302.
- Nasri AH. Polyhedral subdivision methods for free-form surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, 1987, 6(1): 29–73. [doi: 10.1145/27625.27628]
- Brunet P. Including shape handles in recursive subdivision surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, 1988, 5(1): 41–50. [doi: 10.1016/0167-8396(88)90019-2]
- Halstead M, Kass M, DeRose T. Efficient, fair interpolation using Catmull-Clark surfaces. *Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. Anaheim, CA, USA. 1993. 35–44.
- Zheng J, Cai Y. Interpolation over arbitrary topology meshes using a two-phase subdivision scheme. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2006, 12(3): 301–310. [doi: 10.1109/TVCG.2006.49]

- 12 Chen ZX, Luo XN, Tan L, *et al.* Progressive interpolation based on Catmull-Clark subdivision surfaces. *Computer Graphics Forum*, 2008, 27(7): 1823–1827. [doi: [10.1111/cgf.2008.27.issue-7](https://doi.org/10.1111/cgf.2008.27.issue-7)]
- 13 林晓晶, 潘日晶. 一种基于 Loop 细分的渐进插值方法. *福建师范大学学报 (自然科学版)*, 2014, 30(1): 18–24.
- 14 林传鑫, 潘日晶, 陈青, 等. 基于形状控制的细分曲面的局部渐进插值方法. *计算机系统应用*, 2015, 24(7): 104–110. [doi: [10.3969/j.issn.1003-3254.2015.07.019](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-3254.2015.07.019)]
- 15 郭华源, 秦开怀, 孙丰. 基于渐进插值的 Catmull-Clark 双正交细分小波及其应用. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2017, 29(6): 1118–1127. [doi: [10.3969/j.issn.1003-9775.2017.06.018](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-9775.2017.06.018)]
- 16 Bénard P, Hertzmann A, Kass M. Computing smooth surface contours with accurate topology. *ACM Transactions on Graphics*, 2014, 33(2): 19.
- 17 Wei XD, Zhang YJ, Hughes TJR, *et al.* Extended truncated hierarchical Catmull-Clark subdivision. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, 299: 316–336. [doi: [10.1016/j.cma.2015.10.024](https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.10.024)]
- 18 Wang JZ, Cheng FH. G2 Interpolation for polar surfaces. *Computer-Aided Design and Applications*, 2016, 13(5): 610–617. [doi: [10.1080/16864360.2016.1150705](https://doi.org/10.1080/16864360.2016.1150705)]
- 19 林晓晶. 基于三角网格逼近型细分的插值方法[硕士学位论文]. 福州: 福建师范大学, 2014.