

含有 L1 数据保真项的非凸优化脉冲噪声去除模型^①

陈静思¹, 李 春^{2,3}

¹(云南财经大学 云南省经济社会大数据研究院, 昆明 650221)

²(中国科学院大学, 北京 100049)

³(中国科学院 计算机网络信息中心, 北京 100190)

通讯作者: 李 春, E-mail: lichun@cnic.cn

摘 要: 随着数字图像处理技术的高速发展, 图像恢复被广泛应用于医学领域、军事领域、公共防卫领域及农业气象领域. 本文综合 TVL1、ROF、STVL1(Squares TVL1)、SHI 模型, 提出了非凸非光滑关于脉冲噪声去除模型, 并使用变量分离技术的 ADMM 算法对模型进行求解, 通常情况下, 基于梯度的方法不适合非光滑优化, 半二次 (half-quadratic) 和重权最小二乘算法 (IRLS) 在零点不可微分情况下不能应用到非光滑函数上, Graduated NonConvexity (GNC) algorithms 跟踪非光滑和非凸的最小值沿着一系列近似的非光滑能量函数的势能, 需要考虑其计算时间. 为了处理模型的非凸非光滑项, 本文应用多阶凸松弛方法对模型的子问题进行求解, 虽然该方法仅导致原始非凸问题的局部最优解, 但该局部解是对初始凸松弛的全局解的改进. 此外, 因为每个阶段都是凸优化问题, 所以该方法在计算上是高效的. 利用遗传算法对模型参数进行选择, 通过在不同图片及不同噪声上的大量实验表明, 该模型的鲁棒性、运行时间和 ISNR、PSNR 都优于其他三个模型. 并且该模型能够保持图像的局部信息具有更好的可视化质量.

关键词: 图像恢复; 非凸优化; ADMM; 图像处理; 多阶凸松弛优化方法

引用格式: 陈静思, 李春. 含有 L1 数据保真项的非凸优化脉冲噪声去除模型. 计算机系统应用, 2018, 27(11): 192-197. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6621.html>

Non-Convex Optimized Impulse Noise Removal Model with L1 Data Fidelity Term

CHEN Jing-Si¹, LI Chun^{2,3}

¹(Big Data Research Institute of Yunnan Economy and Society, Yunnan University of Finance and Economics, Kunming 650221, China)

²(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

³(Computer Network Information Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: With the rapid development of digital image processing technology, image recovery has been widely used in the fields of medicine, military, public defense, and agro-meteorology. This study integrates TVL1, ROF, Squares TVL1 (STVL1), and SHI model, proposes a non-convex and non-smooth model for removing impulse noise, and uses a variable separation technique ADMM to solve the model. In general, gradient-based methods are not suitable for non-smooth optimizations. Half-quadratic and Iterative Reweighted Least Squares (IRLS) algorithms cannot be applied to non-smooth functions when the zero point is non-differentiable. For non-convex non-smooth terms, Graduated NonConvexity (GNC) algorithms track non-smooth and non-convex minimums along the potential energy of a series of approximate non-smooth energy functions and need to consider their computational time. So in order to deal with non-convex non-smooth terms of the model, the multi-step convex relaxation method is used to solve the subproblem of the model. Although this method only leads to the local optimal solution of the original nonconvex problem, the local solution is an improvement over the global solution of the initial convex relaxation. In addition, because each stage is a convex optimization problem, this

① 收稿时间: 2018-04-03; 修改时间: 2018-04-24; 采用时间: 2018-05-03; csa 在线出版时间: 2018-10-24

method is computationally efficient. The genetic algorithm was used to select the parameters of the model. Through a large number of experiments on different pictures and different noises, the robustness, running time, ISNR and PSNR of the model were better than the other three models. And this model can maintain the local information of the image with better visual quality.

Key words: image restoration; non-convex optimization; ADMM; image processing; multi-step convex relaxation optimization method

在计算机视觉与图像处理工作中, 图像恢复是该领域的一个重要问题之一, 在过去的几十年里, 该问题得到了广泛的研究^[1-7]. 在现实生活中, 由于数字图像含有丰富的科学信息, 所以图像处理已经被应用到人类生活的方方面面. 例如: 在医学领域, 通过图像处理技术, 研究人员可以通过图像去噪算法把一幅受噪声污染或者信息缺失的图像从中恢复出来, 从而提供清晰的图像帮助医生做出准确地医学诊断, 从而实现实际意义的“精准医疗”. 在自然保护区领域, 研究学者可以通过对相关保护区遥感图像的分析, 进行濒危物种的保护, 从而帮助自然保护工作者做出精准决策. 在气象农业领域, 通过对遥感图像进行去噪处理, 从而可以对其进行图像分析, 可以对土地覆盖分类、植被分布、病虫害防治等做出辅助决策. 在现实生活的图像处理技术中, 图像的质量是任何研究的重点, 图像去噪就是提高图像质量的重要环节.

1 图像恢复概述

基于变分图像去噪算法可以有如下的表达式, 设 Ω 为一个具有紧支撑集的 Lipschitz 边界的有界开集. 从实验统计可得观察到的图像 $\mathbf{f}: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$, 给定一幅观察到的图像 \mathbf{f} (含噪声), 可将其分解为真实图像 \mathbf{u} 和外加噪声 \mathbf{n} 部分, 使得:

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, \mathbf{A} 有可能是单位算子和模糊算子. \mathbf{n} 为脉冲噪声如 (椒盐噪声), 在图像变换和图像传感过程中由于像素被腐蚀从而导致脉冲噪声的出现. 由于图像恢复是一个变态问题, 但是, 在通常情况下图像会受到两种或两种以上的噪声污染, 所以在图像恢复处理过程中, 相关学者常常通过添加正则约束的手段处理此问题. 在处理过程中一般用 L2-范数数据保真项来拟合高斯噪声, 通常用 Lp(p=0, 1)-范数数据保真项来模拟脉冲噪

声, 从而高斯噪声通常通过如下的万能表达式来拟合:

$$\mathbf{u} = \arg \min_{\mathbf{u}} \{ \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_2^2 + \lambda \mathbf{R}(\mathbf{u}) \} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{R}(\mathbf{u})$ 为正则项, 我们也可以用相关的万能公式对脉冲噪声加以拟合, 其中, 公式如下:

$$\mathbf{u} = \arg \min_{\mathbf{u}} \{ \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_{0 \text{ or } 1} + \lambda \mathbf{R}(\mathbf{u}) \} \quad (3)$$

著名的正则方法是变分正则^[8], 其中凸变分正则要求该模型算法解存在并且唯一. 在最近几年中, 人们为了得到恢复后的图像能保持更多的图像细节信息, 从而相关学者尝试应用非凸非光滑优化正则方法, 来保持图像的细节信息. 例如: 在变分框架和统计学习框架中, 相关学者引入了非凸非光滑优化^[9,10], 如文献[11,12]对该现象给出了数值例子, 文献[13]对该现象给出了理论解释.

在过去的几十年中, 相关学者对非凸非光滑优化正则方法, 提出了许多数值解法, 如最小二次方重权迭代法^[11], 半二次算法^[14]等. 在本文中, 我们利用非凸非光滑优化来对脉冲噪声进行去除处理. 为了处理非凸非光滑性, 本文采用了多阶凸松弛方法对模型进行求解^[15], 从其数值例子可以看出, 其近似解比标准的 L1 凸或者 L1 凸松弛方法的逼近解好了许多, 虽然该方法仅导致原始非凸问题的局部最优解, 但该局部解是对初始凸松弛的全局解的改进. 此外, 因为每个阶段都是凸优化问题, 所以该方法在计算上是高效的.

2 相关工作

从著名的贝叶斯 (MAP) 模型出发, 对于观察到的图像 \mathbf{f} , 真实图像 \mathbf{u} 可以通过如下的贝叶斯 (MAP) 估计得到, 其估计公式如下:

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{u}|\mathbf{f}) \quad (4)$$

在求解过程中把观察到的图像 \mathbf{f} 和真实图像 \mathbf{u} 看作两个随机变量, 对任意的 $\mathbf{x} \in \Omega$.

利用贝叶斯法则,可以得到如下表达式:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}} &= \arg \max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{u}|\mathbf{f}) \\ &= \arg \max_{\mathbf{u}} \frac{p(\mathbf{f}|\mathbf{u})p(\mathbf{u})}{p(\mathbf{f})} \\ &= \arg \min_{\mathbf{u}} -\log(\mathbf{f}|\mathbf{u}) - \log(\mathbf{u}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{u}} -\int_{\Omega} \log p(\mathbf{f}(\mathbf{x})|\mathbf{u}(\mathbf{x}))dx - \log p(\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (5)$$

例如,假设观察到的图像 \mathbf{f} 只受到脉冲噪声的污染,如前面(3)所述,我们可以用 $L_p(p=0, 1)$ -范数数据保真项对脉冲信号进行拟合,例如若选择 $p=1$,可得到 L_1 -范数,其对应的万能公式如下:

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{f} - \mathbf{u}\|_1 + p(\mathbf{u}) \quad (6)$$

其中,我们假设 \mathbf{u} 服从如下的 Gibbs 先验^[16]:

$$p(\mathbf{u}) = \exp\left\{-\gamma \int_{\Omega} \phi(\mathbf{u}(\mathbf{x}))dx\right\} \quad (7)$$

其中 ϕ 为一个给定的非负函数,若选择 $\phi(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_1$,其中, $\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) = (\nabla_x \mathbf{u}, \nabla_y \mathbf{u})$ 为矩阵 \mathbf{u} 的梯度, $\phi(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ 为 \mathbf{u} 的总体变分,这就是著名的 TVL1^[17]模型,为了提高图像恢复后的质量,Cai 等人^[18]提出了如下的相似模型:

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{\gamma_1}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_2^2 + \frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_2^2 + \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_1 \right\} \quad (8)$$

其中, γ_1 和 α 为大于零的权参数.

由于 L_1 -范数能很好的拟合脉冲信号,所以为了有效的去除脉冲信号, L_1 数据保真项在如下的文章中被广泛使用^[19-21],例如:基于 TVL1 模型,相关学者提出了如下的脉冲信号去除模型 STVL1 (Squares TVL1):

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{\gamma_1}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_1 + \frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_2^2 + \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_1 \right\} \quad (9)$$

为了去除混合噪声,Shi^[7]联合了式(8)、(9)提出了如下的去噪模型:

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{\gamma_1}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_1 + \frac{\gamma_2}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_2^2 + \frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_2^2 + \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_1 \right\} \quad (10)$$

但是,这些模型虽然能去除脉冲噪声,但是还有很大的提升空间,所以我们基于以上的几个模型,提出了如下的脉冲噪声去除模型:

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \lambda \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_1 + \frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})\|_2^2 + p(\mathbf{u}) \right\} \quad (11)$$

其中,

$$p(\mathbf{u}) = \exp\left\{-\gamma \int_{\Omega} \phi(\mathbf{u}(\mathbf{x}))dx\right\} = \int \phi(|\nabla \mathbf{u}|)dx \quad (12)$$

为 Gibbs 先验, Gibbs 先验中我们选择 ϕ 为如下的非负函数:

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{1+2\rho|t|}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6} \quad (13)$$

3 模型求解

我们利用变量分离技术和 ADMM 方法^[10,22]对模型进行求解,同时为了处理非凸非光滑正则项,我们应用了多阶凸松弛方法对模型进行求解,虽然该方法仅导致原始非凸问题的局部最优解,但该局部解是对初始凸松弛的全局解的改进.此外,因为每个阶段都是凸优化问题,所以该方法在计算上是高效的.

引入中间变量, $\mathbf{h} = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}, \nabla \mathbf{u} = \mathbf{d}$, 得到如下有约束优化问题:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{h}, \mathbf{d}} \left\{ \lambda \int_{\Omega} |\mathbf{h}| dx + \frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}\|_2^2 + \int_{\Omega} \phi(|\mathbf{d}|) dx \right\} \\ \text{s.t. } \mathbf{h} = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}, \nabla \mathbf{u} = \mathbf{d} \end{cases} \quad (14)$$

求解(14)等价于求解如下的无约束问题:

$$\begin{aligned} &(\mathbf{u}^{k+1}, \mathbf{h}^{k+1}, \mathbf{d}^{k+1}) = \\ &\arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{h}, \mathbf{d}} \left\{ \begin{aligned} &\lambda \int_{\Omega} |\mathbf{h}| dx + \frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}\|_2^2 + \int_{\Omega} \phi(|\mathbf{d}|) dx + \\ &\frac{\gamma_1}{2} \|\mathbf{h} - (\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}) - \mathbf{b}_1^k\|_2^2 + \frac{\gamma_2}{2} \|\mathbf{d} - \nabla \mathbf{u} - \mathbf{b}_2^k\|_2^2 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ 为拉格朗日乘子,

$$\mathbf{b}_1^{k+1} = \mathbf{b}_1^k + (\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}^{k+1}) - \mathbf{h}^{k+1} \quad (16)$$

$$\mathbf{b}_2^{k+1} = \mathbf{b}_2^k + \nabla \mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{d}^{k+1} \quad (17)$$

3.1 u-子问题

通过变量分离技术可以得到如下关于 \mathbf{u} 子问题,

$$\mathbf{u}^{k+1} \in \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \begin{aligned} &\frac{\alpha}{2} \|\nabla \mathbf{u}\|_2^2 + \frac{\gamma_1}{2} \|\mathbf{h} - (\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}) - \mathbf{b}_1^k\|_2^2 \\ &+ \frac{\gamma_2}{2} \|\mathbf{d}^k - \nabla \mathbf{u} - \mathbf{b}_2^k\|_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

优化值 \mathbf{u}^{k+1} 满足如下的欧拉拉格朗日方程:

$$(\alpha + \gamma_2)\Delta \mathbf{u} + \gamma_1 \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{u} = \gamma_1 \mathbf{A}^T (\mathbf{h} - \mathbf{f} - \mathbf{b}_1^k) + \gamma_2 \text{div}(\mathbf{d}^k - \mathbf{b}_2^k) \quad (19)$$

可以利用高斯赛德尔迭代或者 FFT 对上式进行求

解. 这里选择 FFT 对上式进行求解, 求解结果如下:

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathcal{F}^{-\infty} \left(\frac{\gamma_1 \mathcal{F}(\mathbf{A}^T(\mathbf{h} - \mathbf{f} - \mathbf{b}_\infty^{\parallel})) + \gamma_\epsilon \mathcal{F}(\Gamma \square(\mathbf{d}^{\parallel} - \mathbf{b}_\infty^{\parallel}))}{\gamma_1 \mathcal{F}(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) + (\alpha + \gamma_\epsilon) \mathcal{F}(\cdot)} \right) \quad (20)$$

3.2 h-子问题

h-子问题可以通过如下收缩算子求解:

$$\mathbf{h}^{k+1} = \text{shrink} \left(\mathbf{f} + \mathbf{b}_1^k - \mathbf{A} \mathbf{u}^{k+1}, \frac{\lambda}{\gamma_1} \right) \quad (21)$$

其中, 收缩算子定义如下: $\text{shrink}(s, t)$ 为收缩算子^[23], 对任意点 $\alpha \in [0, 1]^2$ 有

$$\text{shrink}(s_\alpha, t_\alpha) = \frac{s_\alpha}{|s_\alpha|} \max(|s_\alpha| - t_\alpha, 0) \quad (22)$$

3.3 d-子问题

通过变量分离技术, 为了得到 \mathbf{d}^{k+1} , 我们需要求解如下的非凸优化问题:

$$\min_{\mathbf{d}} \left\{ \int \phi(|\mathbf{d}|) dx + \frac{\gamma_2}{2} \|\mathbf{d} - \mathbf{s}\|_2^2 \right\} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{s} = \nabla \mathbf{u}^{k+1} + \mathbf{b}_2^k$, 为了处理非凸项, 本文利用了文献[15]的多阶凸松弛技术对式(23)求解, 直接利用文献[15]的结果, 可以得到式(23)的近似解:

$$\mathbf{d}^{k+1, l+1} = \text{shrink} \left(\mathbf{s}, \frac{\mathbf{v}^{k+1, l}}{\gamma} \right) \quad (24)$$

其中,

$$\mathbf{v}_1^{k+1, l+1} = \frac{1}{(1 + \rho \|\mathbf{d}^{k+1, l+1}\|)^2} \quad (25)$$

为了检验对脉冲噪声的去噪效果, 设计了如下算法 1.

算法 1. 脉冲噪声去除算法

1) 初始化: 设 $k=0$, 选择 $\lambda, \alpha, \gamma_1, \gamma_2 > 0, u^0 = f, h^0 = b_1^0 = 0, d^0 = b_2^0 = 0, v=1$;

While “not converged” do

2) 计算 \mathbf{u}^{k+1} : 用 (20) FFT 或者 Gauss-Seidel 计算 \mathbf{u}^{k+1} ;

3) 计算 \mathbf{h}^{k+1} : 用 (21) 计算 \mathbf{h}^{k+1} ;

4) 计算 \mathbf{d}^{k+1} : 用 (24) 计算 \mathbf{d}^{k+1} ;

5) 间乘子更新:

$\mathbf{b}_1^{k+1} = \mathbf{b}_1^k + (\mathbf{f} - \mathbf{A}^T \mathbf{u}^{k+1}) - \mathbf{h}^{k+1}$,

$\mathbf{b}_2^{k+1} = \mathbf{b}_2^k + \nabla \mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{d}^{k+1}$.

End while

4 实验分析

本节中, 我们对该模型有效性进行了实验. 首先我们使用遗传算法选择模型的最优参数, 然后我们在多

个不同噪声图像上与其他模型的去噪声效果进行比较. 但是遗传算法可能陷入局部极值, 所以我们对本文防止遗传算法陷入局部极值做了如下的处理. 因为, 产生局部收敛的原因之一是群体中多样性过早的减少, 使得遗传算法的搜索空间大大减少, 虽然到现在为止遗传算法对参数选择的控制还没有理论指导, 但是我们可以用以下方法加以改进, 在计算多样性时, 保证群体中所有个体在某一基因位取相等值的个数不小于一定阈值, 才允许多样度的计算有贡献.

本次实验中我们与 TVL1, ROF 以及论文 SHI 中的方法进行了比较, 使用的图片有 Lina, Cameraman, parrots, parrots. 本次实验主要比较了图像去噪之后的 $ISNR, PSNR$ 值如下:

$$PSNR = 20 \log_{10} \frac{255mn}{\|\tilde{u} - u\|_2} \quad (26)$$

$$ISNR = 10 * \log_{10} \frac{\sum_{i,j} (u_{i,j} - f_{i,j})^2}{\sum_{i,j} (u_{i,j} - \tilde{u}_{i,j})^2} \quad (27)$$

4.1 参数选择

该部分, 我们主要讨论如何对参数进行选择, 在我们提出的模型算法中, 共有 5 个参数需要进行选择. 通常参数选择的方法有两种: 第一种是通过实验人员的经验来设置^[19-21]; 第二种方法是固定几个参数的值, 修改其他参数的值来获得最优参数^[7].

本次实验中, 我们使用了遗传算法来寻找最优的参数. 在我们的模型中, 需要选择的参数是 (a, b, c, d, \dots) , 其中 $(a > 0, b < 0, d > 0)$. 我们的目标是在参数空间选择一个最优点. 为此, 我们假设最优点为使得在训练集 P 上的平均 $ISNR$ 值最大的参数, 遗传算法的目标函数为:

$$\begin{cases} P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \\ O(a, b, c, d) = \sum_{p \in P} ISNR(M(p|a, b, c, d)) \end{cases} \quad (28)$$

其中, p_i 为训练集中的图片, a, b, c, d 为需要选择的模型参数, M 代表提出模型, O 为遗传算法的目标函数.

在遗传算法中, 我们设置染色体个数为 20 条, 遗传率为 85%, 繁殖代数数为 400. 根据运行结果, 我们选择的最优参数为:

$$\alpha = 1.7, \gamma_1 = 15, \gamma_2 = 0.3, \lambda = 3, \rho = 0.32. \quad (29)$$

本文中, 我们对不同模型在纯脉冲噪声图像上的

的去噪效果效果进行比较. 其中脉冲噪声主要考虑了椒盐噪声, 噪声 level 分别为 0.01, 0.1, 0.4, 其中 4 种模

型对不同级的椒盐噪声图像去噪的 *ISNR*、*PSNR* 结果如表 1 所示, 去噪后的图片如图 1 所示.

表 1 本模型与其他经典模型对脉冲噪声去噪效果指标对照

image	方法	SP0.01	SP0.1	SP0.4
		<i>PSNR</i> <i>ISNR</i> <i>TIMES</i>	<i>PSNR</i> <i>ISNR</i> <i>TIMES</i>	<i>PSNR</i> <i>ISNR</i> <i>TIMES</i>
Lena	Ours	16.79 90.17 1.91	19.62 83.22 1.89	18.34 75.93 1.69
	SHI ^[7]	11.53 84.91 25.89	17.08 80.68 23.3	14.6 72.19 21.13
	TVLI ^[17]	3.86 77.24 6.98	12.87 76.47 6.36	15.99 73.58 6.14
	ROF ^[8]	0.67 74.05 0.66	8.49 72.09 0.31	9.47 67.06 0.34
cameraman	Ours	8.06 81.23 1.61	14.81 78.01 1.73	15.01 72.24 1.81
	SHI ^[7]	5.91 79.07 28.5	13.51 76.71 27.13	13.41 70.65 23.5
	TVLI ^[17]	0.13 73.3 6.83	9.58 72.78 7.3	3.61 70.84 7.44
	ROF ^[8]	-1.03 72.14 0.31	7.3 70.51 0.36	8.15 65.38 0.28
parrots	Ours	13.21 86.57 1.83	18.47 81.75 1.88	17.23 74.56 1.75
	SHI ^[7]	10.2 83.55 25.19	17.02 80.3 25.03	14.76 72.08 21.03
	TVLI ^[17]	1.67 75.03 6.14	11.11 74.39 7.3	14.86 72.18 6.88
	ROF ^[8]	0.68 74.04 0.27	8.6 71.88 0.38	8.79 66.11 0.44
boats	Ours	20.91 94.69 1.7	20.07 83.61 1.77	18.35 75.89 1.64
	SHI ^[7]	12.79 86.57 24.48	17 80.54 22.28	13.98 71.52 21.31
	TVLI ^[17]	2.94 76.72 7.27	12.33 75.86 7.64	15.48 73.02 7.66
	ROF ^[8]	-0.26 73.53 0.23	8.14 71.68 0.33	9.28 66.82 0.25

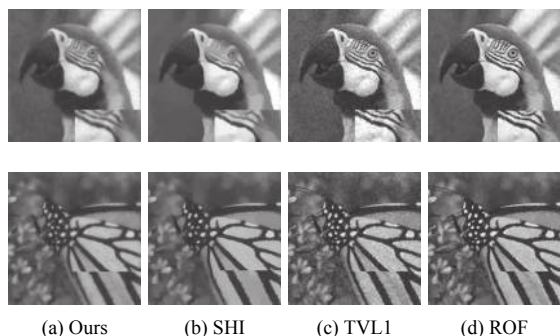


图 1 模型对脉冲噪声去噪效果图

5 总结与展望

本文综合 TVLI、ROF、模型 STVL1(Squares TVLI)、Shi-模型, 提出了非凸非光滑关于脉冲噪声去除模型, 并使用变量分离技术的 ADMM 算法对模型进行求解, 为了处理模型的非凸非光滑项, 本文应用了多阶凸松弛方法对子问题进行了求解, 利用遗传算法对模型参数进行选择, 通过在不同图片及不同噪声上的大量实验表明, 该模型的鲁棒性、运行时间和 *ISNR*、*PSNR* 都优于其他三种模型. 并且该模型能够保持图像的局部信息具有更好的可视化质量.

参考文献

1 Buades A, Coll B, Morel JM. A non-local algorithm for

image denoising. Proceedings of 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, CA, USA. 2005, 2: 60–65.

2 Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(12): 3736–3745. [doi: 10.1109/TIP.2006.881969]

3 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8): 2080–2095. [doi: 10.1109/TIP.2007.901238]

4 Dong WS, Li X, Zhang L, et al. Sparsity-based image denoising via dictionary learning and structural clustering. Proceedings of CVPR 2011. Colorado Springs, CO, USA. 2011. 457–464.

5 Yan M. Restoration of images corrupted by impulse noise and mixed Gaussian impulse noise using blind inpainting. arXiv: 1304.1408, 2013.

6 Huang T, Dong WS, Xie XM, et al. Mixed noise removal via Laplacian scale mixture modeling and nonlocal low-rank approximation. IEEE Transactions on Image Processing, 2017, 26(7): 3171–3186. [doi: 10.1109/TIP.2017.2676466]

7 Jia TT, Shi YY, Zhu YG, et al. An image restoration model combining mixed L1/L2 fidelity terms. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2016, 38: 461–473. [doi: 10.1016/j.jvcir.2016.03.022]

- 8 Rudin LI, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 1992, 60(1-4): 259-268. [doi: [10.1016/0167-2789\(92\)90242-F](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90242-F)]
- 9 Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, PAMI-6(6): 721-741. [doi: [10.1109/TPAMI.1984.4767596](https://doi.org/10.1109/TPAMI.1984.4767596)]
- 10 Esser E. Applications of Lagrangian-based alternating direction methods and connections to split Bregman. *CAM Report 9*, 2009. 31.
- 11 Geman D, Reynolds G. Constrained restoration and the recovery of discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(3): 367-383. [doi: [10.1109/34.120331](https://doi.org/10.1109/34.120331)]
- 12 Geman D, Yang CD. Nonlinear image recovery with half-quadratic regularization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, 4(7): 932-946. [doi: [10.1109/83.392335](https://doi.org/10.1109/83.392335)]
- 13 Nikolova M. Analysis of the recovery of edges in images and signals by minimizing nonconvex regularized least-squares. *Multiscale Modeling & Simulation*, 2005, 4(3): 960-991.
- 14 Aubert G, Kornprobst P. *Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations*. 2nd ed. New York: Springer, 2006.
- 15 Zhang T. Analysis of multi-stage convex relaxation for sparse regularization. *Journal of Machine Learning Research*, 2010, 11: 1081-1107.
- 16 Aubert G, Aujol JF. A variational approach to removing multiplicative noise. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2008, 68(4): 925-946. [doi: [10.1137/060671814](https://doi.org/10.1137/060671814)]
- 17 Chan TF, Esedoglu S. Aspects of total variation regularized L1 function approximation. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2005, 65(5): 1817-1837. [doi: [10.1137/040604297](https://doi.org/10.1137/040604297)]
- 18 Cai XH, Chan R, Zeng TY. A two-stage image segmentation method using a convex variant of the Mumford-Shah model and thresholding. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(1): 368-390. [doi: [10.1137/120867068](https://doi.org/10.1137/120867068)]
- 19 Alliney S. A property of the minimum vectors of a regularizing functional defined by means of the absolute norm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(4): 913-917. [doi: [10.1109/78.564179](https://doi.org/10.1109/78.564179)]
- 20 Nikolova M. Minimizers of cost-functions involving nonsmooth data-fidelity terms. Application to the processing of outliers. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2002, 40(3): 965-994. [doi: [10.1137/S0036142901389165](https://doi.org/10.1137/S0036142901389165)]
- 21 Nikolova M. A variational approach to remove outliers and impulse noise. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2004, 50(1-2): 99-120.
- 22 He BS, Liao LZ, Han DR, *et al.* A new inexact alternating directions method for monotone variational inequalities. *Mathematical Programming*, 2002, 92(1): 103-118. [doi: [10.1007/s101070100280](https://doi.org/10.1007/s101070100280)]
- 23 Goldstein T, Osher S. The split Bregman method for L1-regularized problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(2): 323-343. [doi: [10.1137/080725891](https://doi.org/10.1137/080725891)]