

正则化算法在 CT 图像重建上的应用^①

李帆^{1,2}, 李勇明^{2,3}, 李传明¹, 李志超¹, 王健¹

¹(第三军医大学西南医院放射科, 重庆 400038)

²(重庆大学通信工程学院, 重庆 400044)

³(第三军医大学生物医学工程学院, 重庆 400038)

摘要: 由于受数据采集时间、照射剂量、成像系统扫描的几何位置等因素的约束, 计算机断层成像 (Computed tomography, CT) 技术目前只能在有限角度范围或在较少的投影角度得到数据, 这些都属于不完全角度重建问题. 因此, 图像重建的算法应用变得尤为重要, 本文将现有的几种正则化超分辨率重建算法应用到 CT 图像重建上并进行了一系列的对比分析, 分析不同算法下不同的图像重建效果. 首先对低分辨率 CT 图像进行图像配准, 然后再进行样条插值放大, 最后运用相关正则化算法进行超分辨率图像重建. 实验结果表明正则化算法的应用一定程度上提高了图像分辨率, 其中双边正则化下的重建效果最好, 基于 L2 范数全变分正则化效果较差.

关键词: 计算机断层成像; 正则化; 超分辨率重建; 图像配准

引用格式: 李帆, 李勇明, 李传明, 李志超, 王健. 正则化算法在 CT 图像重建上的应用. 计算机系统应用, 2017, 26(12): 143-147. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/5946.html>

Application of Regularization Algorithms in CT Image Reconstruction

LI Fan^{1,2}, LI Yong-Ming^{2,3}, LI Chuan-Ming¹, LI Zhi-Chao¹, WANG Jian¹

¹(Department of Radiology, Southwest Hospital, Third Military Medical University, Chongqing 400038, China)

²(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

³(College of Biomedical Engineering, Third Military Medical University, Chongqing 400038, China)

Abstract: Due to the constraints of data acquisition time, irradiation dose and geometric position of imaging system scanning, the technology of computer tomography(CT) can only get the data in the limited angle range or the less projection angle at present, which are incomplete angle reconstruction problems. Therefore, the image reconstruction algorithm becomes particularly important. This paper will apply some existing regularization super-resolution reconstruction algorithms to CT images and give a series of comparative analysis, with the effects of reconstruction analyzed under different algorithms. Firstly, the low resolution CT images are registered, and then the spline interpolation is used to enlarge the image. Finally, the image is reconstructed by using the regularization algorithm. Experimental results show that the application of the regularization algorithm can improve the image resolution to a certain extent, and the reconstruction effect is the best with the bilateral regularization, and the L2 norm based total variation regularization is less effective.

Key words: computed tomography; regularization; super resolution reconstruction; image registration

1 引言

图像重建在许多实际应用中起着重要的作用, 如异质图像的变换^[11,12]和素描照片的合成^[10]. 作为图像

重建的基本技术之一, 超分辨率^[13]重建的目的是从一个或多个低分辨率图像帧中获得高分辨率图像. 由于成像设备和成像技术的局限性, 许多情况下生成的图

^① 基金项目: 重庆市应用开发计划项目 (cstc2013yykfA10007)

收稿时间: 2016-12-13; 修改时间: 2017-01-12; 采用时间: 2017-01-18

片都是分辨率不高的图片. 图像超分辨率重建技术克服了这种局限性, 恢复了在获取低分辨率图像过程中丢失的高频信息. 目前, 在成像研究界中, 超分辨率图像重建技术引起了越来越多的关注, 在视频, 遥感, 医学成像, 视频取证以及许多其他领域中具有潜在的应用前景.

图像重建是指将图像退化的过程模型化, 并据此采取相反的过程以得到原始图像, 该问题是一个典型的病态问题. Tikhonov^[1]首先提出了求解病态问题的正则化方法, 为反问题的求解奠定了理论基础, 同时也为图像重建奠定了基础. 2006年, 压缩感知理论^[2-4]的提出极大促进了图像重建算法的发展, 压缩感知理论利用信号、信息的稀疏性, 使信号采集能力、信息处理能力得到极大地提升. 提出压缩感知理论的 Candes 等人^[2]首次提出了将带有约束的总变分 (Total-Variation, TV) 最小化模型应用于图像重建的想法, 并得到了很好的重建结果. 接着基于 L1、L2 范数的总变分正则化应用到超分辨率图像重建中^[5], 文献^[5]提出了 L1、L2 混合范数重建算法并与 L1 范数和 L2 范数重建算法进行对比, 结果表明基于混合范数的重建算法的重建效果要好于基于 L1 范数算法的重建效果, 基于 L1 范数算法的重建效果要好于基于 L2 范数算法的重建效果. 接着双边总变分正则化应用到图像重建中也取得了较好的效果^[6]. 自适应正则化算法的应用也促进了超分辨率图像的重建^[7], 结果表明自适应正则化算法的重建效果要好于 Tikhonov 算法. 近年来, 机器学习算法的提出及发展进一步提升了图像重建算法的效果, 例如, 将遗传算法与正则化结合使用实现单幅图像的超分辨图像重建^[8], 将径向基函数神经网络应用到超分辨率图像重建中, 效率高, 误差小^[9]. 本文将 Tikhonov 正则化算法, L1、L2 范数全变分正则化及双边正则化算法、自适应正则化算法应用到 CT 图像重建中, 分析研究不同算法下, CT 图像重建的效果. 通过分析对比不同算法下图像重建的信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR) 以及结构相似性 (structural similarity, SSIM) 得出何种算法重建的效果更好.

2 超分辨率重建模型

图像超分辨率重建技术就是利用一组低质量、低分辨率图像 (或运动序列) 来产生单幅高质量、高分辨

率图像. 图像超分辨率重建技术可以提高图像的识别能力和识别精度. 图像超分辨率重建技术可以实现目标物的专注分析, 从而可以获得感兴趣区域更高空间分辨率的图像, 而不必直接采用数据量巨大的高空间分辨率图像的配置.

基于重建的超分辨率方法的基础是均衡及非均衡采样定理. 它假设低分辨率的输入采样信号 (图像) 能很好地预估出原始的高分辨率信号 (图像). 绝大多数超分辨率算法都属于这一类, 其中主要包括频域法和空域法.

频率域方法是图像超分辨率重建中一类重要方法, 其中最主要的是消混叠重建方法. 消混叠重建方法是通过解混叠而改善图像的空间分辨率实现超分辨率复原, 最早的研究工作是由 Tsai 和 Huang^[13]在 1984 年进行的. 在原始场景信号带宽有限的假设下, 利用离散傅立叶变换和连续傅立叶变换之间的平移、混叠性质, 给出了一个由一系列欠采样观察图像数据复原高分辨率图像的公式. 多幅观察图像经混频而得到的离散傅立叶变换系数与未知场景的连续傅立叶变换系数以方程组的形式联系起来, 方程组的解就是原始图像的频域系数, 再对频域系数进行傅立叶逆变换就可以实现原始图像的准确复原.

在空域类方法中, 其线性空域观测模型涉及全局和局部运动、光学模糊、帧内运动模糊、空间可变点扩散函数、非理想采样等内容. 空域方法具有很强的包含空域先验约束的能力, 主要包括非均匀空间样本内插、迭代反投影方法、凸集投影法、最大后验概率以及最优和自适应滤波方法、确定性重建方法以及正则化方法等. 图 1 为图像的成像模型, 而图像重建过程为其逆过程.

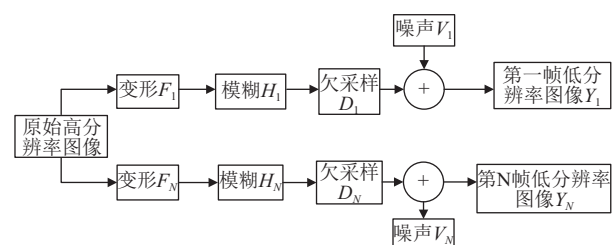


图 1 图像的成像模型

图像的成像模型可以用式 (1) 来表示.

$$Y_k = D_k H_k F_k X + V_k; \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

对于相同的成像设备和成像条件, 有 $H_k = H, D_k =$

D ; 所以式 (1) 可以简化为式 (2), 式 (2) 为图像超分辨率重建模型.

$$Y_k = DHF_k X + V_k; \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中, F 表示图像的运动矩阵, H 表示设备的点扩散函数 (point spread function, PSF). X 表示原始高分辨率图像, 因此, 式 (2) 的重建问题是一个反问题, 通过 Y_k 来计算出 X .

3 算法整体流程图

图 2 为图像超分辨率重建的整体流程图, 大致分为以下三个步骤: (1) 图像配准; (2) 样条插值放大得到初始的高分辨率图像; (3) 利用相关的正则化算法得到超分辨率图像.

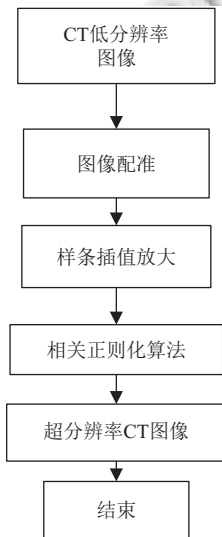


图 2 整体流程图

3.1 样条插值放大

本文采用图像配准算法是**高斯金字塔图像配准算法**^[14], 使用的样条插值算法是二维插值中的三次样条插值, 样条函数的主要思想是, 假设有一组已知的数据点, 目标是找到一组拟合多项式, 在多项式拟合的过程中, 对于每组相邻的样本数点, 用三次多项式去拟合样本数据点之间的曲线. 为了保证拟合的唯一性, 对这个三次多项式在样点处的一阶、二阶导数加以约束. 因此, 除了研究区间的端点之外, 所有样本点之间的数据也能保证连续的一阶和二阶导数. 相关定义如下:

设在区间 $[a, b]$ 上取 $n+1$ 个节点

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b \quad (3)$$

若函数 $S(x)$ 满足

- (1) 在区间 $[a, b]$ 上具有二阶连续导数;
- (2) 在每个小区间 $[x_{i-1}, x_i] (i = 1, 2, \dots, n)$ 上是 x 的三次多项式;
- (3) $S(x_i) = y_i (i = 0, 1, \dots, n)$; 则称 $S(x)$ 为 $f(x)$ 的三次样条插值函数.

3.2 正则化原理

超分辨率图像重建是一个病态反问题, 低分辨率图像的微小变化对超分辨率图像造成很大的影响, 为了解决这种不稳定因素, 引入正则化函数, 正则化函数能够解决这种不适定的问题并且还能对最优化方法附加某些约束条件, 文中基于 L1 范数的全变分 (L1-total variation, L1-TV) 正则化函数为式 (4), 基于 L2 范数的全变分 (L2-total variation, L2-TV) 正则化函数为式 (5), 基于双边全变分 (Bilateral total variation, BTV) 的正则化函数为式 (6), 基于 Tikhonov 正则化的正则化函数为式 (7).

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \|DHF_k X - Y_k\| + \lambda \int_{\Omega} \sqrt{|\nabla x|^2 + \beta} dx dy \quad (4)$$

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \|DHF_k X - Y_k\|_2^2 + \lambda \int_{\Omega} \sqrt{|\nabla x|^2 + \beta} dx dy \quad (5)$$

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \|DHF_k X - Y_k\| + \lambda \sum_{l=-p}^p \sum_{m=0}^p \alpha^{|m|+|l|} \|X - S_x^l S_y^m X\| \quad (6)$$

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \|DHF_k X - Y_k\|^2 + \lambda \|CX\|^2 \quad (7)$$

基于自适应正则化的正则化函数是在式 (7) 的基础上实现正则化参数的自适应迭代选择, 其参数选择表达式如式 (8).

$$\lambda_{n+1} = \frac{\|Y_k - DHF_k X_n\|^2}{\lambda - \|CX_n\|^2} \quad (8)$$

其中, λ 为正则化系数, λ_{n+1} 代表第 $n+1$ 次迭代所需的正则化系数, k 表示第 k 幅图像, Ω 表示图像空间, β 为足够小的正数, S_x^l, S_y^m 为对 X 沿水平方向和垂直方向分别平移 l 和 m 个像素, α 为加权系数, 控制正则项的权重, C 为正则算子.

3.3 评价指标

本文引入峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR) 和结构相似性 (Structural similarity, SSIM) 作为

实验结果的评价指标, 其值越大表示图像的失真越小, 其表达式如式 (9), (10).

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2}{\frac{1}{MN} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N [x' - x]^2} \quad (9)$$

$$SSIM(x', x) = l(x', x) \bullet c(x', x) \bullet s(x', x) \quad (10)$$

其中, M, N 表示图像的大小, x' 表示重建图像, x 表示原始图像, $l(x', x), c(x', x), s(x', x)$ 如式 (11).

$$\begin{aligned} l(x', x) &= \frac{2u_x u_{x'} + C_1}{u_x^2 + u_{x'}^2 + C_1}; \\ c(x', x) &= \frac{2\sigma_{x'} \sigma_x + C_2}{\sigma_{x'}^2 + \sigma_x^2 + C_2}; \\ s(x', x) &= \frac{\sigma_{x'x} + C_3}{\sigma_{x'} \sigma_x + C_3}; \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $u_{x'}, u_x$ 代表图像的均值, $\sigma_{x'}, \sigma_x$ 为图像的方差, $\sigma_{x'x}$ 表示图像 x' 和 x 之间的协方差, C_1, C_2, C_3 为常数.

4 结果分析

4.1 实验数据及平台

论文的 CT 图像数据来自上海联影公司, CT 扫描管电压为 40kV, 管电流为 200uA. 用于重建的数据大小为 992×360 , 其中 992 表示探测器的深度, 360 表示投影的角度数, 原始重建图像大小为 256×256 . 实验平台是 Windows 7, 32 位操作系统, 内存为 4GB, 数据处理平台是基于 Matlab 2014a 下运行的. 实验过程中迭代次数设置为 20 次, 采样因子为 2. 不同算法下的图像重建效果如图 3, 不同算法下的计算得到的 PSNR 与 SSIM 值如表 1.

为了更直观的表现出不同算法下的图像重建效果, 文中将表 1 中的结果进行可视化得到图 4.

由图 3 可知, 相较于低分辨率的原始 CT 图像, 正则化算法的应用对图像的分辨率有一定的提高. 表 1 中, 双边总变分正则化下计算得到的 PSNR 和 SSIM 值分别为 27.291, 0.9476, 大于其他算法, 说明重建效果相较于其他算法要好, 基于 L2 范数的总变分正则化计算得到的 PSNR 和 SSIM 值最低, 说明重建效果要差. 并且可以发现自适应正则化得出的 PSNR 值和 SSIM 值都大于 Tikhonov 正则化, 自适应正则化是在 Tikhonov

正则化的基础上实现参数的自适应选择, 说明一定程度上提高了重建成像效果.

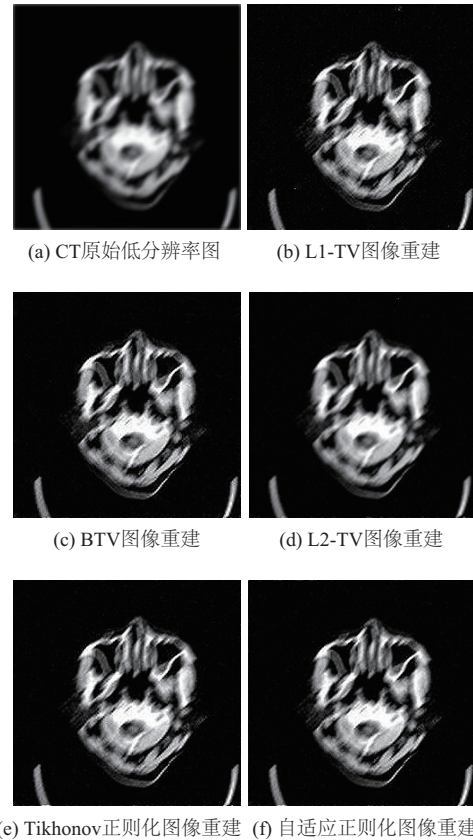


图 3 不同算法下的 CT 图像重建效果

表 1 不同算法下的 PSNR 和 SSIM

算法	PSNR	SSIM
L1-TV	19.609	0.603
BTV	29.217	0.921
L2-TV	18.056	0.536
Tikhonov正则化	20.010	0.749
自适应正则化	20.074	0.753

5 结论

本文基于低分辨率的 CT 图像, 提出了将不同正则化算法应用到 CT 图像重建上并计算得到不同算法下的 PSNR 和 SSIM 值, 分析了不同算法下的图像重建效果, 可以看出双边总变分正则化算法的图像重建效果最好, 基于 L2 范数总变分正则化算法的图像重建效果要差, 说明双边正则化可以有效滤除噪声并保持图像边缘, 自适应正则化是在 Tikhonov 正则化基础上改进的, 一定程度上也提高了重建成像效果.

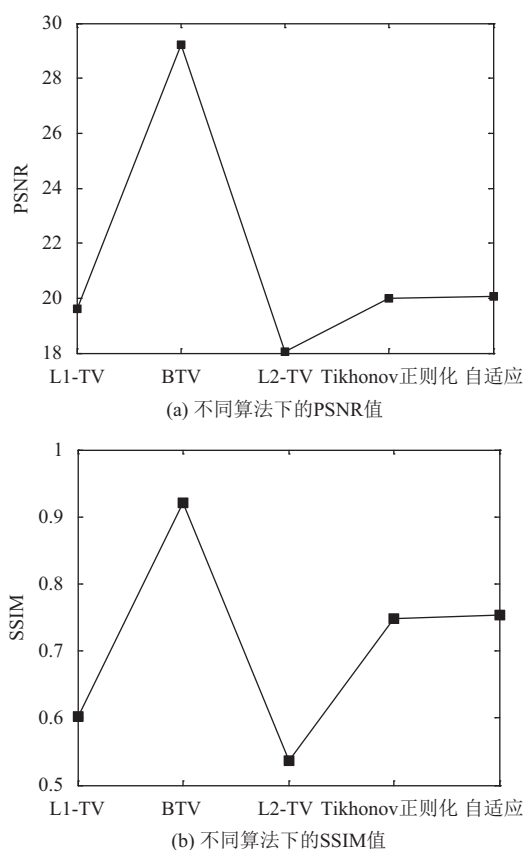


图4 不同算法下的PSNR值和SSIM值

参考文献

- 1 Tikhonov AN, Arsenin VY. Solutions of Ill-Posed Problems. Hoboken: Wiley, 1977.
- 2 Candes EJ, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509. [doi: [10.1109/TIT.2005.862083](https://doi.org/10.1109/TIT.2005.862083)]
- 3 Donoho DL. Compressed sensing. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. [doi: [10.1109/TIT.2006.871582](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582)]
- 4 Candes EJ, Tao T. Decoding by linear programming. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203–4215. [doi: [10.1109/TIT.2005.858979](https://doi.org/10.1109/TIT.2005.858979)]
- 5 Yi HJ, Chen DF, Li W, *et al.* Reconstruction algorithms based on L1-norm and L2-norm for two imaging models of fluorescence molecular tomography: A comparative study. *Journal of Biomedical Optics*, 2013, 18(5): 056013. [doi: [10.1117/1.JBO.18.5.056013](https://doi.org/10.1117/1.JBO.18.5.056013)]
- 6 孙学芳, 肖志云, 孙蕾, 等. 双边全变分的自适应核回归超分辨率重建. *计算机工程与应用*, 2013, 49(20): 175–178. [doi: [10.3778/j.issn.1002-8331.1201-0098](https://doi.org/10.3778/j.issn.1002-8331.1201-0098)]
- 7 Bahy RM, Salama GI, Mahmoud TA. Adaptive regularization-based super resolution reconstruction technique for multi-focus low-resolution images. *Signal Processing*, 2014, 103: 155–167. [doi: [10.1016/j.sigpro.2014.01.008](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2014.01.008)]
- 8 Li YY, Wang Y, Li YX, *et al.* Single image super-resolution reconstruction based on genetic algorithm and regularization prior model. *Information Sciences*, 2016, 372: 196–207. [doi: [10.1016/j.ins.2016.08.049](https://doi.org/10.1016/j.ins.2016.08.049)]
- 9 朱福珍, 李金宗, 朱兵, 等. 基于径向基函数神经网络的超分辨率图像重建. *光学精密工程*, 2010, 18(6): 1444–1451.
- 10 Wang NN, Tao DC, Gao XB, *et al.* Transductive face sketch-photo synthesis. *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, 2013, 24(9): 1364–1376. [doi: [10.1109/TNNLS.2013.2258174](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2013.2258174)]
- 11 Wang NN, Tao DC, Gao XB, *et al.* A comprehensive survey to face hallucination. *International Journal of Computer Vision*, 2014, 106(1): 9–30. [doi: [10.1007/s11263-013-0645-9](https://doi.org/10.1007/s11263-013-0645-9)]
- 12 Wang NN, Li J, Tao DC, *et al.* Heterogeneous image transformation. *Pattern Recognition Letters*, 2013, 34(1): 77–84. [doi: [10.1016/j.patrec.2012.04.005](https://doi.org/10.1016/j.patrec.2012.04.005)]
- 13 Tsai RY, Huang TS. *Multiframe image restoration and registration*. Greenwich, Conn, USA. 1984. 317–339.
- 14 安维胜, 余让明, 伍玉铃. 基于FAST和SURF的图像配准算法. *计算机工程*, 2015, 41(10): 232–235, 239.