

具有种群多样性的遗传算法及其在容错优化中的应用^①

程澄^{1,2}, 王汉宁¹, 朱国良¹

¹(北京微电子技术研究所, 北京, 100076)

²(南京理工大学计算机学院, 南京, 210094)

摘要: 设计一种在进化过程中保持种群多样性的遗传算法, 将该遗传算法与蒙特卡罗模拟法结合, 从而能够在全部最优解中寻找容错能力最好的解. 通过数值实验直观的验证了保持种群多样性在容错优化中的重要作用, 以拉压弹簧结构的优化设计为例, 有力的证明了该方法较已有方法更有效.

关键词: 种群多样性; 优化设计; 6 σ 容错; 蒙特卡罗模拟法

Population Diversity Genetic Algorithm and its Application in Fault-Tolerant Optimization

CHENG Cheng^{1,2}, WANG Han-Ning¹, ZHU Guo-Liang¹

¹(Beijing Microelectronics Technology Institute, Beijing 100074, China)

²(School of Computer, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: A diversity genetic algorithm(DGA) is designed to maintain the diversity of population during the evolutionary process. Through the applications of DGA and Monte Carlo simulation method into design optimization, it has ability to find the most fault-tolerant solution from all the optimal solutions. As the result of the numerical experimentation, it is intuitively verified that maintaining the diversity of the population plays an important role in the optimization of fault-tolerant, and the result of the method used into the structure optimization design of a spring is a strong proof that it is more effective than existing methods.

Key words: population diversity; optimization design; 6 σ fault-tolerant; Monte Carlo simulation method

随着 NASA 演化天线项目的成功, 许多学者开始研究基于遗传算法的结构优化设计, 如南京理工大学的刘星等基于遗传算法优化液压机上梁交互式结构, 使上梁变形基本保持不变, 最大等效应力降低 5.87%, 减重 12.09%^[1]; 中国地质大学的颜雪松等将遗传算法应用于常规继电器的体积模型优化, 结果表明优化后的继电器体积明显小于优化前^[2]. 上述工作都是通过遗传算法对产品模型进行优化, 找到一个全局最优解, 该最优解仿真分析的理论值较优化前通常有很大提升. 但考虑到工业制造过程中必然存在工艺误差, 以最优解为生产标准加工产品时, 实际结构参数是以最优解为中心, 在工艺误差半径内的任意值(即实际参数值将在最优解附近摆动), 参数的摆动很可能导致实际产品

的性能达不到仿真分析的理论值, 导致产品不能满足应用需求. 因此, 将遗传算法对结构模型优化得到的最优解用于指导工业生产, 则需要进一步分析最优解在工艺误差的范围内摆动是否会导致产品性能低于预期, 即应当判断最优解的容错能力.

针对这类问题, 很多学者提出在遗传算法寻优的过程中计算每代种群所有的个体的容错能力, 将容错能力作为个体进化的判断依据之一, 从而确保得到的最优解在工艺误差内摆动时产品性能不会低于预期值^[3-6]. 但由于上述策略会导致遗传算法迭代过程中计算开销成倍增加, 此外, 对每代种群所有个体进行容错评价方法将导致单次评价时间开销较大的优化近乎无法完成(通过遗传算法对 MEMS 射频器件进行结构优

① 收稿时间:2015-10-07;收到修改稿时间:2016-02-04 [doi:10.15888/j.cnki.csa.005187]

化时,需要调用仿真软件对优化结果进行评价,单次评价时间一般在20分钟,对于遗传算法动辄数万以上的计算,如果每次计算结果都进行仿真评价,则时间开销将是无法接受的).

考虑到工业产品结构模型比较复杂,通常有不止一个最优解,并且存在至少一个最优解能够满足容错要求,因此设计一种具有种群多样性的遗传算法,在优化阶段保持种群多样性,从而求得待优化问题全部最优解,然后通过蒙特卡罗模拟法完成对全部最优解的容错能力的分析,找到满足容错要求的最优解.较已有方法,本方法能够以较小的计算开销完成工业产品模型的容错优化,具有较大的应用价值.

1 一种具有种群多样性遗传算法设计思想与优化流程

1.1 算法的基本思想

定义.在遗传算法的进化过程中,通过对每代种群个体饱和度的分析和对最优适应值的比较、筛选,实现局部探索能力和全局搜索能力的平衡,从而使算法不只收敛于某一个或几个最优解,从而保证种群具有多样性.

在最优解个数未给定的情况下,希望寻优过程中保持种群多样性,搜索到全部最优解,首先要对当前种群中每个个体进行局部搜索,希望当前的个体能够移动到它所在邻域峰值点(该峰值点可能对应最优目标值,或者次优目标值);当种群中所有个体移动到其邻域的峰值点时,保留种群中对应最大峰值、欧式距离不为零(某些个体会移动到相同的峰值点,此时只保留一个个体)的个体的基因及目标值,然后,通过随机生成新个体来增强全局搜索能力.引入新个体的步骤:在解空间内重新散列 $N-m$ 个个体(其中 N 为种群的规模, m 为保留的最优解个数),加上 m 个保留的个体重新进化.

因此,进化过程要特别注意局部搜索与全局搜索间的平衡,文献[7]提出“浓度”饱和的概念,只有当前种群的浓度饱和后(即当前种群个体都已经移动到邻近的峰值点)才重新散列种群中的个体.若当前群体满足如下条件时^[7],本文认为其饱和:

$$|D_i - D_{i-1}| < d_s \quad (1)$$

其中, D_i 为第 i 代种群的饱和度, d_s 称为饱和参数,若相邻两代的饱和度差值小于饱和参数,那么本文认

为当前种群饱和. D_i 的计算方法如下:

$$D_i = \sum_{j=1}^N f_j / N \quad (2)$$

N 为种群规模, f_j 为种群中第 j 个个体的目标值.

1.2 设计流程

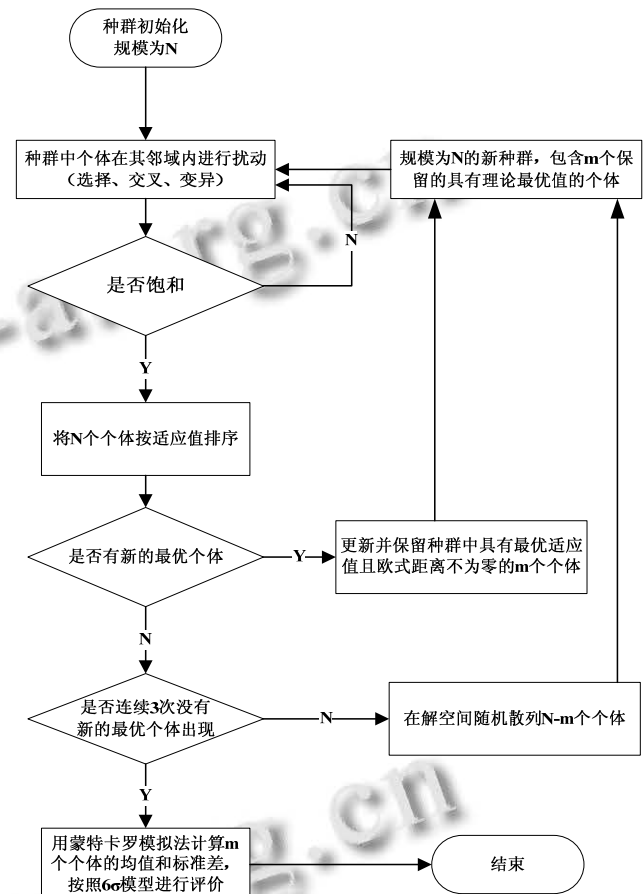


图1 基本流程图

- 1) 随机生成规模为 N 的初始种群, 初始种群为 P_0 ;
- 2) 对种群 P_i 中每个个体在其邻域内进行扰动, 扰动后的种群为 P_{i+1} ;
- 3) 根据(式 1)计算 P_{i+1} 的饱和度, 如果没有饱和则转 2); 否则, 转 4);
- 4) 将种群 P_{i+1} 中所有个体按其目标值排序, 把当前种群中目标值最优的个体(欧式距离相同的个体算一个)与已经保留的 m 个个体相比, 判断是否有新的最优个体(即最优解)出现:
 - a. 若有, 则将新的最优个体保留, 并更新 m 的值, 转 c); 否则, 转 b);
 - b. 若没有, 但不是连续 3 次没有出现新的最优个体, 转 c); 否则, 转 5);

c.将这 m 个个体和解空间中重新散列的 $N-m$ 个个体构成新的种群 p_{i+2} , 转 2);

5)此时,认为种群中所有的最优解都找到了.将这些最优解在其邻域内进行蒙特卡罗模拟,计算这些最优解的均值和标准差,根据 6σ 容错标准进行分析,选出其中容错能力最强的解.

其中,邻域内的扰动包括两个部分:

1)本文对文献[5]提出的变异策略加以改进.采用分布性更好的柯西分布代替高斯分布,使较差个体能够获得更大幅度的扰动;

$$x' = x + C(0,1) \times e^{-\rho \times f^*(x)} \quad (3)$$

x' 是对个体 x 扰动后得到的, $C(0,1)$ 为均值为 0, 方差为 1 的柯西随机变量. $f^*(x)$ 是个体归一化后的适应值. 可见 $f^*(x)$ 越小, x 的扰动幅度就越大.

2) x 与其邻域内的个体进行交叉,从 $\omega+2$ 个个体中选择最好的个体进入下一代,其中 ω 是交叉产生的新个体(其值取决于交叉率和邻域内个体的数量),另外两个个体分别是 x 和 x' .

2 蒙特卡罗模拟法与容错评估方法

蒙特卡罗模拟法^[8]是通过随机变量的统计试验求解工程技术问题近似解的数学方法,又称为随机模拟法.随机变量是通过在解空间内进行随机布点生成的,然后在给定的解空间内,采用蒙特卡罗模拟法近似计算这些随机变量及其对应函数值的均值和标准差.

对于目标函数 $f(X)$ 在其给定的解空间 R^a 内随机散列 B 个点(用 B 表示 a^b , a 维空间,每一维取 b 个值) X_1, X_2, \dots, X_B , 并计算求出这 B 个点对应的函数值 $f(X_1), f(X_2), \dots, f(X_B)$, 则每一维变量对应的均值、标准差及函数值对应的均值、标准差如下所示.

$$\mu_{x_l} = \frac{1}{B} \sum_{k=1}^B X_{lk} \quad (4)$$

$$\sigma_{x_l} = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{k=1}^B (u_{x_l} - X_{lk})^2} \quad (5)$$

$$\mu = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^B f_j \quad (6)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{j=1}^B (u - f_j)^2} \quad (7)$$

其中,式(4)中 μ_{x_l} 表示 B 个 a 维随机变量中第 l 维的均值($1 \leq l \leq a$); 式(5)中 σ_{x_l} 表示第 l 维的标准差; 式(6)、式(7)中 f_j 为 X_j 对应的目标值, μ 和 σ 分别为目标函数的性能均值和标准差. 当取样的样点数 B 足够

大时,由大数定理可证明上式(4)~式(7)以概率 1 收敛于真实的均值和标准差.

本文中 μ_{x_l} 表示最优解的第 l 维值($1 \leq l \leq a$),以最优解为中心,以偏差值为半径,构成一个解空间.在每一维对称选定 b 个值,然后计算目标函数 $f(X)$ 在该解空间中 a^b 个性能值的均值 μ 和 σ . 由于每一维的 b 个值都是对称选定的,因此 μ 就是优化后最优解对应的产品性能值, σ 表示由于工艺误差带来的性能波动值.

6σ 是质量工程学中一个重要的概念,如果制造过程中质量控制目标是 6σ ,那么产品的次品率将仅有 0.00034%. 因此,本文将 $\mu \pm 6\sigma$ 后是否符合性能要求作为容错评价标准.

3 实验设计与结果分析

为了更直观的说明不同的最优解往往具有不同的容错能力(即为什么要保持种群多样性),本文设计了算例 1 中使用的测试函数 *MmpTest*, 如下图 2 所示,该函数有 4 个最优解对称分布于外围的峰顶处,另外 4 个最优解对称分布于中部平原区.

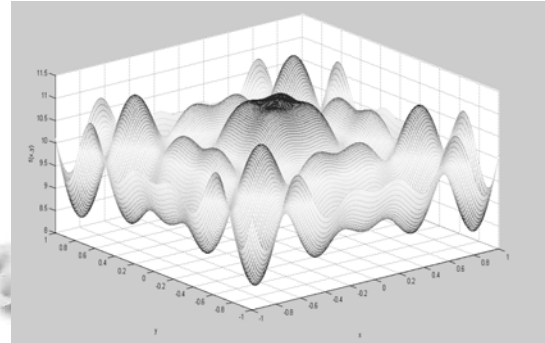


图 2 *MmpTest* 的图形描述

同时,为了更有力的说明“种群多样性”的重要作用,在算例 2 中将本文提出的方法用于拉压弹簧的容错优化设计中,并将优化设计结果与文献[3]的结果做了比较,有力的证明了本文方法的有效性.

3.1 函数测试

MmpTest 的最大值为 11.1187. 共有 8 个最优解,对称分布在解空间的 $(-0.64,-0.64)$, $(-0.64,0.64)$, $(0.64,-0.64)$, $(0.64,0.64)$, $(-0.01,0)$, $(0.01,0)$, $(0,-0.01)$, $(0,0.01)$ 处. *MmpTest* 公式如下:

$$f(x,y)=10+x\sin(4\pi x)-y\sin(4\pi y+\pi)+\frac{\sin(6\sqrt{x^2+y^2})}{6\sqrt{x^2+y^2}+10^{-15}} \quad (8)$$

$$+0.12\cos(10x-\pi)\cos(10y-\pi)e^{-((10x)^2+(10y)^2)}$$

其中, $x, y \in [-1, 1]$.

将算法的相关参数设置如下: 种群规模 $Popsize=100$; 交叉率 $Cr=0.4$; 变异率 $Vr=0.1$; 扰动因子 $\rho=100$; 饱和因子 $d_s=0.01$, 邻域半径为 $Rd=0.2$.

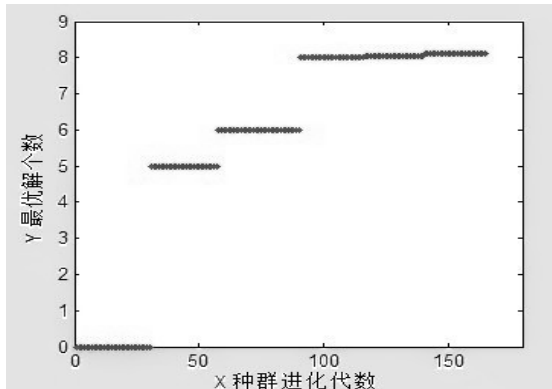


图 3 求解 *MmpTest* 过程中最优解个数变化

从图 3 中可以看出: 种群在 1~30 代、32~57 代、59~90 代、92~116 代、118~140 代、142~165 处于扰动状态; 在 31 代、58 代、91 代、117 代、141 代、165 代饱和时最优解的个数分别为 5、6、8、8、8(为了清晰的表现出从第一次找到 8 个最优解后, 又进行了两次寻优, 在画图时将第二次和第三次的 Y 值分别设置为 8.05 和 8.1). 从上图还可以看出, 在优化过程中除初始种群外, 还进行了 5 次重新散列.

然后, 使用 6σ 容错模型评价其中 2 个最优解(8 个最优解在解空间内 4 个分别对称, 因此任意选择 2 个不对称的最优解)在其邻域内的性能, 如下表 1 所示.

表 1 比较不同的最优解在 6σ 标准下容错能力

最优解	性能均值	性能方差	6σ 标准下性能值
-0.01,0	11.023	0.062	10.651
-0.64,0.64	10.119	0.545	6.849

如表 1 所示, 在 6σ 标准下最优解(-0.01,0)的最低性能值为 10.651, 而最优解(-0.64,0.64)的最低性能值仅有 6.849. 可见, 虽然解(-0.01,0)和解(-0.64,0.64)同样对应最大值 11.1187, 但其 6σ 标准下容错能力却完全不同. 因此, 若采用遗传算法与 6σ 模标准合进行产品优化设计^[4,5], 需要特别注意对全部最优解进行分析.

3.2 拉压弹簧质量优化算例

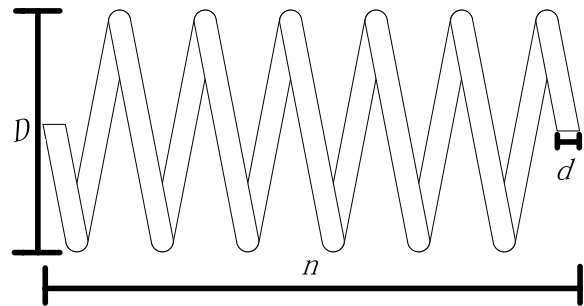


图 4 拉压弹簧示意图

弹簧的质量公式如式 $\omega=(\pi^2\rho/4)(n+2)Dd^2$, 其中 d 为弹簧的丝径, D 为弹簧的外径, n 是弹簧的圈数, 求在满足给定约束的条件下质量的最小值. 由于 ρ 为材料的密度, 因此可将公式简化为:

$$f = (n+2)Dd^2 \quad (9)$$

有 2 个约束条件, 如下:

$$g_1 = \frac{D^3 n}{7.1875 \times 10^4 d^4} - 1.0 \geq 0 \quad (10)$$

$$g_2 = 1.0 - \frac{D+d}{1.5} \geq 0 \quad (11)$$

根据文献 [3] 中变量的取值范围 $d \geq 0.05$, $D \geq 0.10$, $n \geq 1$. Rd 按照文献[3]“设计变量取其 3% 作为偏差”来取值, 其他参数与 3.1 节相同, 进行优化设计, 下表 2 为本文的优化结果及与文献[3]优化结果的对比.

表 2 本文优化结果与文献[3]优化结果比较

结果对比	d	D	n	g_1	g_2	f
文献[3]	0.068	0.558	12.81	0.438	0.58	0.038
本文结果 1	0.061	0.522	10.09	0.442	0.61	0.023
本文结果 2	0.061	0.524	10.01	0.447	0.61	0.023
σ 水平	$\geq 10\sigma$	$\geq 10\sigma$	$\geq 10\sigma$	$\geq 10\sigma$	$\geq 10\sigma$	$\geq 10\sigma$
结构失效概率	≈ 0	≈ 0	≈ 0	≈ 0	≈ 0	≈ 0

从表 2 可以看出:

1)在文献[3]设定的容错评价标准下, 本文算法与文献[3]均能满足 6σ 水平, 甚至达到了 10σ 水平(主要是因为将 Rd 以“设计变量的 3%作为偏差”, 得到的邻域较小, 邻域内各点对应的函数值的分布性变化不大, 即求出的标准差 σ 也比较小).

2)该弹簧模型具有 2 个最优解, 其中“本文结果 2”略优于“本文结果 1”(结果 2 的 g_1 值略大于结果 1, 即结果 2 受约束影响小). 同样, 由于将子空间设置的较小, 使本文结果 1 与结果 2 比较相近. 这也有力的证明了

保持种群多样性在容错优化设计中的重要作用。

3)虽然文献[3]结果具有较强的容错能力,但本文算法无论是优化结果、对约束的满足程度,还是容错能力都优于文献[3]的结果,证明了本文方法的有效性。

4 结语

综上所述,本文设计的具有种群多样性的遗传算法与已有方法相比计算时间开销更小、寻优能力更强、优化模型可靠性更好,因此,本方法更适合用于容错优化,具有较好的应用价值。

参考文献

- 1 刘星,陆宝春,田先春,蒋淮同.基于遗传算法的液压机上梁交互式结构优化.机械科学与技术,2015,34(1):27-31.
- 2 颜雪松,曾文聪,王汉宁,夏文,李晖.正交演化算法在继电器体积优化设计中的应用.计算机工程与应用,2011,47(18):215-217.
- 3 李玉强,崔振山,阮雪榆,安丽萍.6 σ 概率优化设计方法及其应用.中国机械工程,2009,15(21):1916-1919.
- 4 柳高洁,顾克秋.结合 NSGA-II 算法和蒙特卡罗模拟技术实现结构的鲁棒优化.机械设计,2009,26(4):65-67.
- 5 刘仁云,张义民,刘巧伶.基于多目标优化策略的结构可靠性稳健设计.应用力学学报,2007,24(2):267-271.
- 6 Deb K, Gupta S, Daum D, et al. Reliability-based optimization using evolutionary algorithms. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 1054-1074.
- 7 覃俊,康立山,陈毓屏.一种新的求解多峰函数优化问题的动态演化算法.计算机科学,2004,31(3):134-136.
- 8 王岩,伊海丽,窦在祥,蒙特卡罗方法应用研究.青岛理工大学学报,2006,27(2):111-113.