

隶属度修正类模糊 C-均值聚类算法的对比分析^①

郭华峰¹, 梁久祯², 潘修强¹

¹(浙江工贸职业技术学院 信息传媒学院, 温州 325003)

²(江南大学 物联网工程学院 智能系统与网络计算研究所, 无锡 214122)

摘要: 为了更深入的对模糊 C-均值聚类算法进行研究, 从提高算法的收敛速度角度着手, 总结归纳了以 RCFCM、S-FCM、PIM 和 FCM α 等算法为代表的隶属度修正类模糊 C-均值聚类算法, 跟踪阐述了其研究进展. 为了展现算法的全貌, 从不同参数和不同模糊指数等角度实验分析了各算法的性质和特点. 根据实验分析结果, 为其后续研究指明了方向. 上述工作将为 FCM 算法的进一步研究提供有益的参考.

关键词: 模糊聚类; 隶属度修正; 抑制式; 分类指标最大化; 截断阈值

Comparison of Membership Correction Fuzzy C-Means Clustering Algorithms

GUO Hua-Feng¹, LIANG Jiu-Zhen², PAN Xiu-Qiang¹

¹(College of Information and Communications, Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China)

²(Institute of Intelligent Systems and Network Computing, School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: In order to study on the fuzzy C-means clustering algorithm deeply, starting from the angle of improving convergence speed of the algorithm, the membership correction fuzzy C-means clustering algorithms which are represented by RCFCM, S-FCM, PIM and FCM α algorithm etc. are summarized and the research progress is tracked. To show the panorama of the algorithms, the nature and characteristics of each algorithm are analyzed by the experiments with different parameters and different fuzzy index. According to the experimental results, the direction of further research of the algorithms is pointed out. The above work can provide a valuable reference for further research on FCM algorithm.

Key words: fuzzy clustering; membership correction; suppressed; PIM; alpha-cut

模糊聚类是基于模糊理论将对象集合分为由类似对象组成的多个类的过程, 广泛应用于图像处理、模式识别、信息检索、生产分析和天气预报等领域^[1-5]. 在众多的模糊聚类文献中, 模糊 C-均值(fuzzy c-means, FCM)聚类算法是最常用的方法, 得到了持续深入的研究, 主要集中在目标函数修改、收敛速度提升、聚类有效性、算法实现途径和混合型数据聚类等几个方面^[6-10]. 其中很多学者把目光放在提升算法的收敛速度上. 部分学者发现在算法的迭代过程中, 通过隶属度的修正可以较好的达到这个目标. 此类算法有 2000 年魏立梅等提出的对手抑制式 FCM (RCFCM)

算法^[11], 2002 年 Özdemir 等提出的分类指标最大化 (PIM)算法^[12], 2003 年 Fan 等提出的抑制式 FCM(S-FCM)算法^[13]和 2008 年 YANG 等提出的截断阈值 FCM(FCM α)算法^[14]等. 这些算法虽然构思简单, 但对算法的收敛速度改进都十分明显, 部分算法在提高收敛速度的基础上, 也极大提升了算法的收敛效果. 为了更好的对其进行研究, 本文将对这类算法进行归纳整理, 阐述其研究进展, 采用人工数据集和 UCI 数据集, 通过仿真实验对比分析其性质和特点, 并根据实验结果, 指出进一步研究的方向. 该研究将为 FCM 算法以及其它聚类算法的继续研究和发展带来较多的参考.

^① 基金项目:浙江省高校访问学者教师专业发展项目(FX2014175);温州市公益性科技计划项目(G20140049);浙江工贸职业技术学院教师科技创新项目(X140203)

收稿时间: 2015-07-05; 收到修改稿时间: 2015-09-06

1 隶属度修正类模糊C-均值聚类算法

相对于硬 C-均值聚类(HCM)算法, FCM 算法提高了聚类的效果, 但同时也降低了算法的收敛速度. 为了解决这个问题, 部分学者在迭代过程中加入对隶属度的修正, 加快了数据点对优势聚类中心的隶属, 从而提高了算法的收敛速度, 这类算法可称之为隶属度修正类模糊 C-均值聚类算法. 有代表性的隶属度修正类 FCM 算法包括对手抑制式 FCM(RCFCM)算法、抑制式 FCM(S-FCM)算法、分类指标最大化(PIM)算法和截断阈值 FCM(FCM α)算法等. 下面详细介绍这几种算法.

1.1 对手抑制式 FCM(RCFCM)算法

RCFCM 算法由魏立梅等在 2000 年提出^[11], 该算法引入竞争学习的思想, 抑制了最大隶属度的对手——第二大隶属度的大小, 增强了最大隶属度, 从而加快了算法的收敛, 算法步骤如下:

Step 1. 取模糊指数 $1 < m < \infty$, 分类数 $2 \leq c \leq n$, 迭代终止阈值 $\varepsilon > 0$, 迭代次数 $l=0$, 抑制因子 $0 \leq \alpha \leq 1$, 给定中心点的起始值 $Z^{(0)}$.

Step 2. 根据(1)式计算隶属值 μ_{ij} .

$$\mu_{ij} = \left(\frac{\|x_j - Z_i\|^{2/(m-1)}}{\sum_{k=1}^c \|x_j - Z_k\|^{2/(m-1)}} \right)^{-1}, \quad j=1,2,\dots,c, \quad i=1,2,\dots,n \quad (1)$$

Step 3. 使用以下方法更新 μ_{ij} , $i=1,\dots,n, j=1,\dots,c$: 如果 $\mu_{is} = \max_{1 \leq j \leq c} \mu_{ij}$, $\mu_{it} = \max_{1 \leq j \leq c, j \neq s} \mu_{ij}$, 那么 $\mu_{is} = \mu_{is} + (1 - \alpha)\mu_{it}$, $\mu_{it} = \alpha\mu_{it}$

Step 4. 根据(2)式计算中心点 $Z^{(k+1)}$.

$$Z_j = \frac{\sum_i \mu_{ij}^m x_i}{\sum_i \mu_{ij}^m}, \quad j=1,2,\dots,c \quad (2)$$

Step 5. 若 $\|Z^{(k+1)} - Z^{(k)}\| < \varepsilon$, 则停止; 否则 $l=l+1$, 并回到 step 2.

观察算法步骤可知, RCFCM 算法在传统 FCM 算法的隶属度计算步骤和聚类中心计算步骤之间对隶属度进行了修正, 使用抑制因子 $\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ 对第二大隶属度进行了抑制, 同时增强了最大隶属度, 加快了算法的收敛. 算法提出之后, 黄建军等对其进行了良性扩展, 引入抑制门限改善了聚类的效果^[15], 然而该扩展因为加入了额外参数, 也带来了可操作性稍差的问题. 朱林、黄成泉等则引入了 RCFCM 算法的竞争学习思想, 各自提出了性能更优的聚类算法^[16-18].

1.2 抑制式 FCM(S-FCM)算法

S-FCM 算法由 Fan 等在 2003 年提出^[13], 是对 RCFCM 算法的进一步扩展. S-FCM 算法使用抑制因子 $\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ 抑制了除最大隶属度之外的所有隶属度的大小, 增大了最大隶属度, 进一步提升了算法的收敛速度. 因为 S-FCM 算法、FCM α 算法和 RCFCM 算法的步骤 1、2、4、5 都一样, 只在步骤 3 时有所区别, 下面只列出 S-FCM 算法的步骤 3, 其过程表现为:

Step 3. 使用以下方法更新 μ_{ij} , $i=1,\dots,n, j=1,\dots,c$: 如果 $\mu_{is} = \max_{1 \leq j \leq c} \mu_{ij}$, 那么 $\mu_{is} = 1 - \alpha + \alpha\mu_{is}$, $\mu_{is'} = \alpha\mu_{is'}$ ($s' \neq s$)

S-FCM 算法提出之后, 获得了更多人的关注, S-FCM 算法的提出者范九伦在其撰写的综述中较为详尽的描述了这一点^[19]. 截至目前, 其最新的研究方向已经包括 S-FCM 聚类算法的理论分析、抑制参数 α 的固定选择、抑制参数 α 的不固定选择、在核聚类算法中引入抑制式思想、将抑制式思想应用于相关领域和用抑制式思想解释已有算法等^[20-25].

1.3 分类指标最大化(PIM)算法

2002 年, 为了改善分类的结果, Ozdemir 等在 FCM 算法的目标函数中引入有效性指标, 提出了分类指标最大化(PIM)算法^[12]. 在该算法中, 有效性指标不再用于判断分类的效果, 而是用于得到更好的分类结果, 其目标函数构造如下:

$$J_{PIM}(\mu, Z) = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m \|x_i - Z_j\|^2 - \beta \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m \quad (3)$$

使用 Lagrange 方法最小化 $J_{PIM}(\mu, Z)$, 可以得到新的迭代方程, 其中聚类中心的迭代方程不变, 仍为(2)式, 隶属度的更新方程有所变化, 其式如下:

$$\mu_{ij} = \left(\frac{\|x_j - Z_i\|^2 - \beta}{\sum_{k=1}^c (\|x_j - Z_k\|^2 - \beta)^{1/(m-1)}} \right)^{-1} \quad (4)$$

当 $\|x_j - Z_i\|^2 \leq \beta$ 时, $\mu_{ij} = 1$, 其中 $\beta = \alpha \min_{i \neq j} \|Z_i - Z_j\|^2$, $0 \leq \alpha < 0.25$

相比较 RCFCM 算法和 S-FCM 算法, PIM 算法同样是对原隶属度的修正, 不过其隶属度的更新方程有所改变, 所以其算法步骤与其它几个隶属度修正类算法稍有不同, 其隶属度的计算和更新合为一步, 即它把其它隶属度修正类算法的步骤 2、3 合为一个步骤, 其过程表现为:

Step2-3. 使用以下方法计算 μ_{ij} , $i=1,\dots,n, j=1,\dots,c$:

当 $\|x_j - Z_i\|^2 \leq \beta$ 时, $\mu_{ij}=1$, 否则使用(4)式计算隶属度 μ_{ij} , 其中 $\beta = \alpha \min_{i \neq j} \|Z_i - Z_j\|^2$, $0 \leq \alpha < 0.25$.

由于有效性指标的加入, PIM 算法改善了收敛效果, 同时由于步骤中有一个隶属度置为 1 的提速过程, 其收敛速度也得到了提升. 算法提出之后, Yu 等以 PIM 等算法为原型, 提出了更具一般意义的广义模糊 C-均值聚类(GFCM)算法^[26]. Wu 探讨了 PIM 算法的参数取值、模糊指数的影响和算法的鲁棒性^[27]. Wang 等在软子空间聚类算法中引入 PIM 算法的分类指标最大化思想, 提出了分类指标软子空间聚类(PI-SSC)算法^[28], 该算法提供了较好的分类效果和鲁棒性, 但也存在着参数过多的问题. Wu 等则把 PIM 算法引入到支持向量机, 提出了 PIM-FSVM 算法^[29], 相比较传统 SVM 算法, 该算法具有更好的鲁棒性, 但在计算速度方面仍有改进的空间.

1.4 截断阈值 FCM(FCM α)算法

FCM α 算法由 Yang 等于 2008 年提出^[14], 该算法引入截断阈值参数 α ($0.5 \leq \alpha \leq 1$), 跟每个数据点的最大隶属度进行比较, 若最大隶属度大于 α , 则最大隶属度置为 1, 其它隶属度置为 0, 否则各隶属度均不变化. 该算法通过加快最大隶属度置为 1 的过程加快了算法的收敛. 其过程表现为:

Step 3. 使用以下方法更新 μ_{ij} , $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, c$: 如果 $\mu_{is} = \max_{1 \leq j \leq c} \mu_{ij} > \alpha$, 那么 $\mu_{is}=1$, $\mu_{i's'}=0$, $s' \neq s$, 其中 $0.5 \leq \alpha \leq 1$.

相比较前三种算法, FCM α 算法提出的时间稍晚, 也得到了较多的关注. Wu 以 FCM α 等算法为代表探讨了 FCM 算法的模糊指数取值^[30], 郭华峰等则探讨了 FCM α 算法的参数选择问题, 并给出了一个较为通用的解决方案^[31].

由上可知, 隶属度修正类 FCM 算法是一个比较热门的研究课题. 为了更好的阐述该类算法, 对 RCFCM 算法、S-FCM 算法、PIM 算法和 FCM α 算法进行如下实验, 分析比较其性能.

2 实验

为了探讨上述 4 种算法的性质, 使用人造数据集和 UCI 数据集 Iris、Wine 作为测试数据集, 从不同参数和不同模糊指数的角度实验分析其性能与特点. 在实验之前, 对算法进行预处理.

2.1 算法预处理

观察算法步骤可知, 4 种算法都有一个参数 α , 其中 RCFCM 算法和 S-FCM 算法的参数取值范围都为 $0 \leq \alpha \leq 1$, 而 PIM 算法的参数取值范围为 $0 \leq \alpha < 0.25$, FCM α 算法的参数取值范围为 $0.5 \leq \alpha \leq 1$, 为统一展示起见, 对 PIM 算法和 FCM α 算法的参数 α 做范围归一化处理, PIM 算法的参数调整为 $\alpha/4$, FCM α 算法的参数调整为 $0.5+0.5*\alpha$, 则其参数 α 范围都在 0 到 1 之间. 另外, 由于 RCFCM 算法、S-FCM 算法和 FCM α 算法在参数 $\alpha=1$ 时都等价于 FCM 算法, 而 PIM 算法在参数 $\alpha=0$ 时等价于 FCM 算法, 也为统一展示, PIM 算法的参数继续调整为 $1-\alpha$, 则所有 4 种算法在参数 $\alpha=1$ 时都等价于 FCM 算法.

2.2 数据集

实验采用的数据集由两个人造数据集和两个 UCI 数据集 Iris 与 Wine 组成. 人造数据集包括一个二维正态分布数据集和一个由 Pal 和 Bezdek 提出的 Normal-4 四维正态分布数据集^[32]. 二维正态分布数据集包括 4 个正态分布种群, 每个种群包括 100 个数据点, 分别以(3,3)、(3, -3)、(-3,-3)和(-3, 3)为期望, 单位矩阵 I2 为协方差矩阵. Normal-4 数据集由 4 个四维正态分布种群组成, 每个种群包括 200 个数据点, 分别以(3, 0, 0, 0)、(0, 3, 0, 0)、(0, 0, 3, 0)和(0, 0, 0, 3)为期望, 单位矩阵 I4 为协方差矩阵. 因为构造的二维正态分布数据集与 Normal-4 数据集类似, 只在维数上有所区别, 本文中统一命名为 Normal-2 数据集. Iris 数据集以鸢尾花的特征作为数据来源, 有 4 个特征属性, 包含 3 类, 每类各有 50 个样本. Wine 数据集有着较好的聚类结构, 有 13 个特征属性, 包含 178 个样本, 分为 3 类, 每类数目各不相同^[33]. 图 1 展示了针对不同参数的实验中所使用的 Normal-2 数据集.

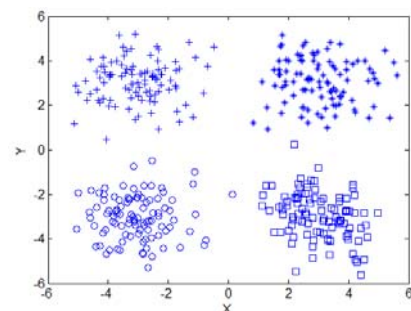


图 1 Normal-2 数据集

2.3 针对不同参数的实验

针对图 1 所示的 Normal-2 数据集, 以及 Normal-4、Iris 和 Wine 数据集, 使用 RCFCM 算法、S-FCM 算法、PIM 算法和 FCM α 算法, 以 0.1 为间隔, 在参数 α 在 0 到

1 之间分别对其进行聚类. 聚类过程中, 设置四种算法的模糊度 $m=2$, 其他的初始条件也设置相同. 执行 4 种算法 50 次, 取其平均, 得到如图 2 和图 3 所示的结果.

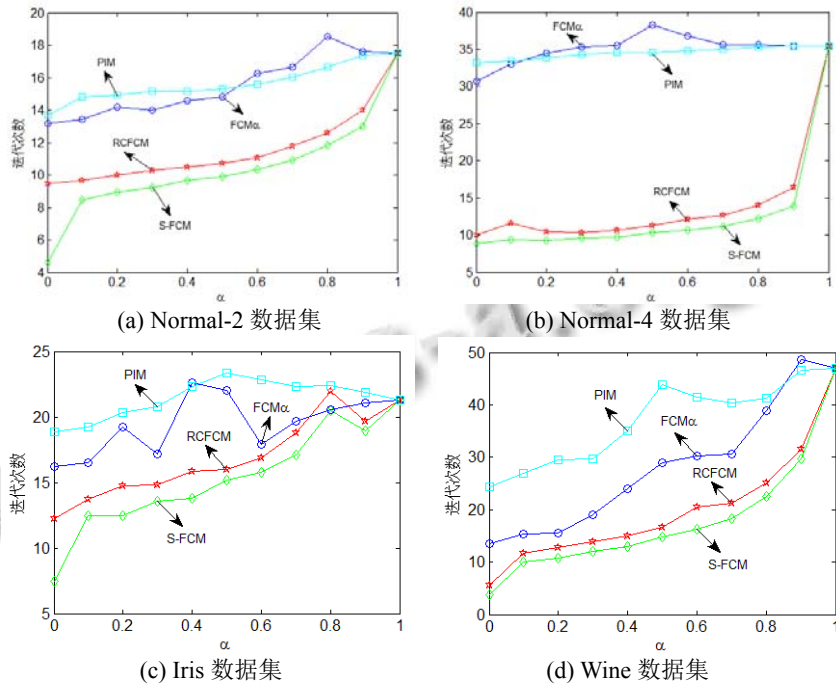


图 2 不同参数 α 下四种算法的迭代次数表现

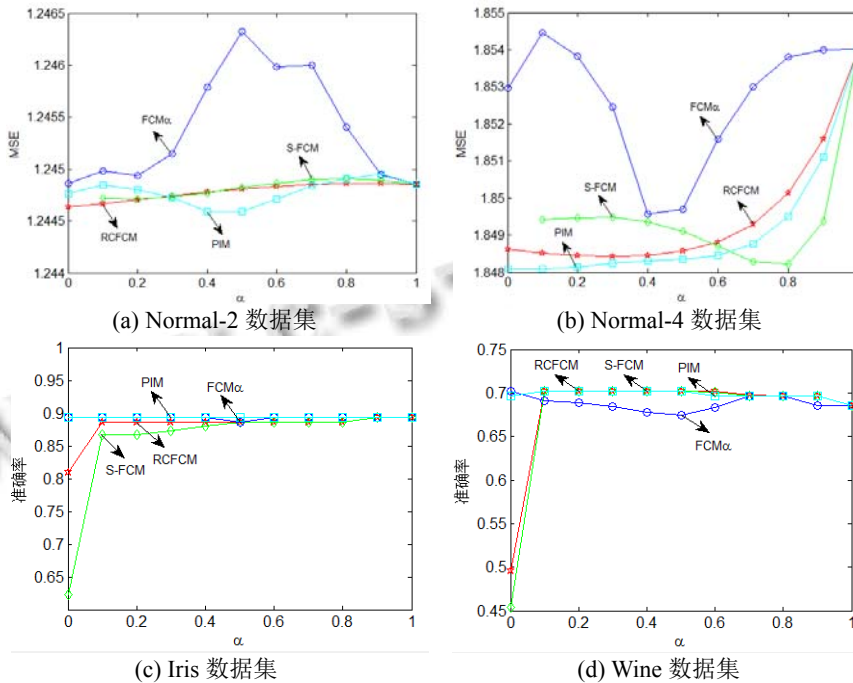


图 3 不同参数 α 下四种算法的 MSE 和准确率表现

观察图 2, 我们发现, 相比较 $\alpha=1$ 时所代表的 FCM 算法, 4 种算法的迭代次数都有不同程度减少, 其收敛速

度都得到了提升. 同时我们也可以很容易对 4 种算法的收敛速度排个座次. S-FCM 算法收敛速度最快, RCFCM

算法次之, $FCM\alpha$ 算法第三, PIM 算法收敛速度最末. 观察图 3, 我们则发现 PIM 算法的 MSE 最小, 准确率最高, 也即收敛效果最好, 其它三种算法稍差. 但相比 FCM 算法, 4 种算法的收敛效果都在可以接受的范围.

另外, 我们也发现随着参数 α 的变化, 4 种算法有着不同的表现. 其中, S-FCM 算法对参数 α 的选择最敏感, 随着 α 的减小, 收敛速度得到了很大提升, 然而收敛效果却大大减弱. PIM 算法对参数 α 的选择最不敏感, 随着 α 的变化, 其收敛速度和收敛效果的变化都不是很明显. 这说明不同算法的使用需要对参数 α 做

不同的处理.

下面展示模糊指数 m 对隶属度修正类 FCM 算法的影响.

2.4 针对不同模糊指数的实验

针对 Normal-2 数据集、Normal-4、Iris 和 Wine 数据集, 使用 RCFCM 算法、S-FCM 算法、PIM 算法和 $FCM\alpha$ 算法, 以 0.3 为间隔, 在模糊指数 m 在 1.1 到 5.6 之间分别对其进行聚类. 聚类过程中, 设置四种算法的参数 $\alpha=0.5$, 其他的初始条件设置相同. 执行 4 种算法 50 次, 取其平均, 得到如图 4 和图 5 所示的结果.

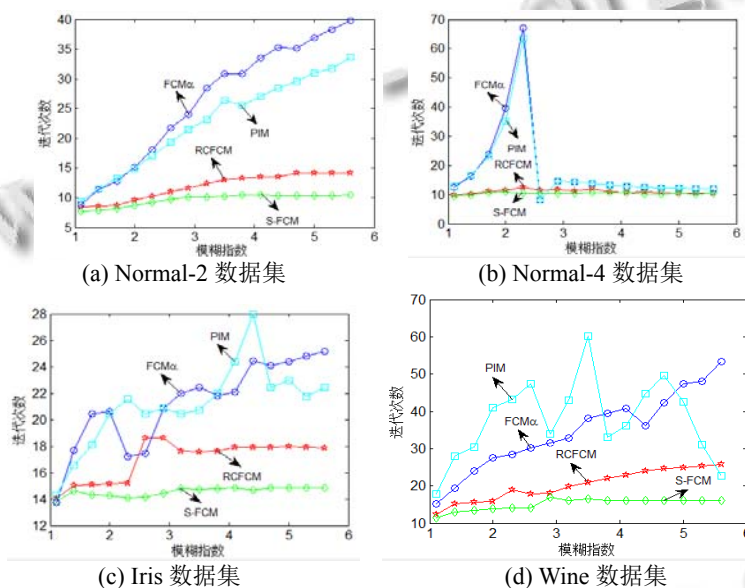


图 4 不同模糊指数 m 下四种算法的迭代次数表现

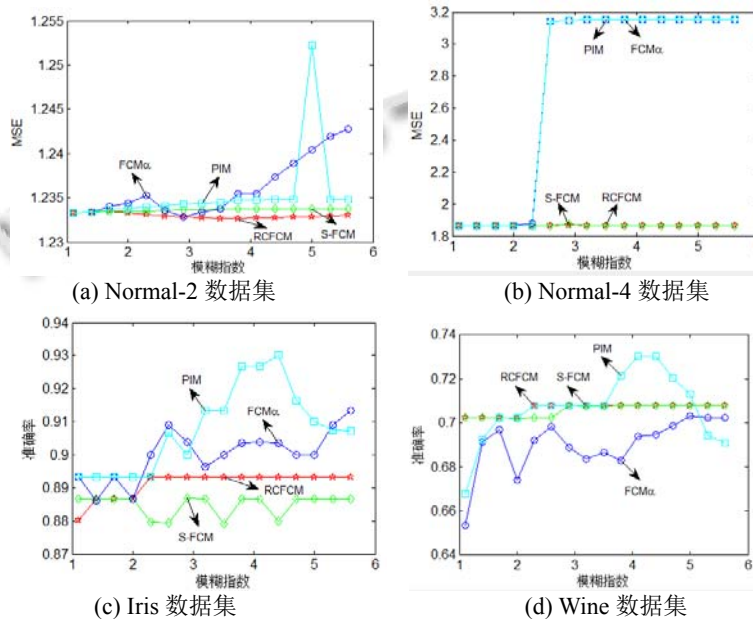


图 5 不同模糊指数 m 下四种算法的 MSE 和准确率表现

从图4可以发现,随着模糊指数 m 的变化,4种算法的迭代次数都有所变化,其中FCM α 算法和PIM算法的变化最明显,S-FCM算法的表现最为稳定.观察图5,我们也可以发现,在MSE和准确率方面,S-FCM算法和RCFCM算法相对于模糊指数 m 的变化表现更为稳定.所以可以得出一个结论,FCM α 算法和PIM算法对模糊指数 m 的选择更敏感,S-FCM算法和RCFCM算法则相对不敏感.

根据前面的实验结果,可以得到4种算法的对比分析结果,从中可以有更深入的理解.其中,收敛速度越快和收敛效果越好,算法性能更优,参数 α 和模糊指数 m 的影响则表示在采用算法时,是否要更多考虑该参数指标的取值.如表1所示.

表1 四种隶属度修正类FCM算法的比较

算法	收敛速度	收敛效果	额外参数	参数 α 影响	模糊指数 m 影响
RCFCM	较快	较好	1	敏感	不敏感
PIM	慢	好	1	不敏感	敏感
S-FCM	快	稍差	1	敏感	不敏感
FCM α	稍慢	较好	1	敏感	敏感

表1的数据表明,S-FCM算法的收敛速度最快,PIM算法的收敛效果最好,四种算法都只有一个额外参数 α ,参数 α 和模糊指数 m 对四种算法影响各异.

表1的结果也可以从算法的构造思路中得到部分验证.收敛速度方面,隶属度抑制的迭代抑制方式比一次性的隶属度截断更为高效,所以收敛速度更快.而收敛效果方面,分类有效性指标本就用于判断分类的效果,所以PIM算法的收敛效果更好.参数 α 影响方面,抑制因子的迭代效应和截断阈值的一次性截断使得RCFCM、S-FCM和FCM α 算法对参数 α 的选择更为敏感.模糊指数 m 影响方面,由于PIM算法重新构造了目标函数,得出了不同的隶属度更新方程(4),且有着不连续的隶属度置为1的过程,所以其对模糊指数 m 的选择更为敏感.

3 结论

FCM算法是模糊聚类领域研究的热点,隶属度修正是其中一个重要的研究方向.为了更好的对其进行研究,本文整理归纳了现今研究较多的4种隶属度修正类FCM算法:RCFCM、S-FCM、PIM和FCM α 算法,并对其研究进展进行了阐述,为了检验其性能,

使用人造数据集和UCI数据集,从不同参数和不同模糊指数等角度进行了对比分析.实验的结果表明,4种算法都提升了算法的收敛速度,得到了较好的聚类效果,都具有较高的研究价值.同时我们也发现,4种算法都有其各自的性质特点,在对其进行研究引用时要有所区分和侧重.最后,为了对隶属度修正类FCM算法的后续研究带来帮助,我们给出如下的研究建议:

(1) 针对RCFCM算法、S-FCM算法和FCM α 算法收敛速度较快,PIM算法收敛效果较好的情况,在选择算法的时候要有所取舍.需要提高收敛效果时,可以使用PIM算法,需要加快收敛速度时可引入其它3种算法.

(2) 在研究使用上述4种隶属度修正类FCM算法时,需要考虑参数 α 和模糊指数 m 的影响.如RCFCM算法、S-FCM算法和FCM α 算法对参数 α 都比较敏感,所以在使用这3种算法前需要研究其参数的取值,这可以从固定取值或自适应取值等方面入手.而PIM算法则没有参数选择的问题.PIM算法和FCM α 算法由于对模糊指数 m 较为敏感,所以其模糊指数的选择问题也值得研究.

(3) 由于4种隶属度修正类FCM算法都有着较好的性能和各自的优势特点,所以其算法思想也可以提炼并进一步应用.如RCFCM算法和S-FCM算法提炼的抑制式竞争学习思想应用于学习矢量量化^[23]和聚类神经网络^[34],分类指标最大化思想应用于支持向量机^[29]等,其它领域的应用以及阈值截断思想的应用值得进一步探索.

参考文献

- 1 刘金尧,纪则轩.鲁棒空间约束的模糊聚类图像分割.中国图象图形学报,2014,19(10):1438-1448.
- 2 张江丰,樊臻,张森林.基于核模糊聚类的机织物组织自动识别.纺织学报,2013,34(12):131-137.
- 3 李兰,刘洋,马振等.利用图像特性的模糊聚类图像检索方法.清华大学学报:自然科学版,2014,54(7):929-934.
- 4 王海军,孙宝元,魏小鹏.基于模糊聚类的产品模块化形成过程分析.计算机集成制造系统,2003,9:123-126.
- 5 蔡红昌,奉思.空间天气事件的模糊聚类.中国科学:A辑,2000,30:95-98.
- 6 Havens TC, Bezdek JC, Leckie C, Hall LO, Palaniswami M. Fuzzy C-means algorithms for very large data. IEEE Trans.

- on Fuzzy Systems, 2012, 20(6):1130–1146.
- 7 Huang HC, Chuang YY, Chen CS. Multiple kernel fuzzy clustering. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2012, 20(1): 120–134.
- 8 Wu JJ, Xiong H, Liu C, Chen J. A generalization of distance functions for fuzzy-means clustering with centroids of arithmetic means. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2012, 20(3): 557–571.
- 9 Zhao ZX, Cheng LZ, Cheng GQ. Neighbourhood weighted fuzzy C-means clustering algorithm for image segmentation. *IET Image Processing*, 2014, 8(3): 150–161.
- 10 Pal NR, Sarkar K. What and when can we gain from the kernel versions of C-means algorithm? *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2014, 22(2): 363–379.
- 11 魏立梅, 谢维信. 对手抑制式模糊 C-均值算法. *电子学报*, 2000, 28(7): 63–66.
- 12 Özdemir D, Akarun L. A fuzzy algorithm for color quantization of images. *Pattern Recognition*, 2002, 35: 1785–1791.
- 13 Fan JL, Zhen WZ, Xie WX. Suppressed fuzzy C-means clustering algorithm. *Pattern Recognition Letters*, 2003, 24: 1607–1612.
- 14 Yang MS, Wu KL, Hsieh JN, et al. Alpha-cut implemented fuzzy clustering algorithms and switching regressions. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 2008, 38(3): 588–603.
- 15 黄建军, 谢维信. 半抑制式模糊 C-均值聚类算法. *中国体视学与图像分析*, 2004, 10(2): 109–113.
- 16 朱林, 王士同, 修宇. 鲁棒的模糊方向相似性聚类算法. *智能系统学报*, 2008, 3(1): 43–50.
- 17 朱林, 王士同, 邓赵红. 改进模糊划分的 FCM 聚类算法的一般化研究. *计算机研究与发展*, 2009, 46(5): 814–822.
- 18 黄成泉, 王士同, 蒋亦樟. 熵指数约束的模糊聚类新算法. *计算机研究与发展*, 2014, 51(9): 2117–2129.
- 19 范九伦. 抑制式模糊 C-均值聚类研究综述. *西安邮电大学学报*, 2014, 19(3): 1–5.
- 20 Szilágyi L, Szilágyi SM, BenyZó. Analytical and numerical evaluation of the suppressed fuzzy C-means algorithm: a study on the competition in C-means clustering models. *Soft Computing*, 2010, 14(5): 495–505.
- 21 Hung WL, Yang MS, Chen DH. Parameter selection for suppressed fuzzy C-means with an application to MRI segmentation. *Pattern Recognition Letters*, 2006, 27: 424–438.
- 22 Zhao F, Fan JL, Liu H. Optimal-selection-based suppressed fuzzy C-means clustering algorithm with self-tuning non local spatial information for image segmentation. *Expert Systems with Applications*, 2014, 41(9): 4083–4093.
- 23 Hung WL, Chen DH, Yang MS. Suppressed fuzzy-soft learning vector quantization for MRI segmentation. *Artificial intelligence in medicine*, 2011, 52(1): 33–43.
- 24 Krinidis S, Chatzis V. A robust fuzzy local information C-means clustering algorithm. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2010, 19(5): 1328–1337.
- 25 Szilágyi L. Lessons to learn from a mistaken optimization. *Pattern Recognition Letters*, 2014, 36: 29–35.
- 26 Yu J, Yang MS. Optimality test for generalized FCM and its application to parameter selection. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2005, 13(1): 164–176.
- 27 Wu KL. An analysis of partition index maximization algorithm. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. 2009. 1785–1790.
- 28 Wang J, Wang S, Chung F, et al. Fuzzy partition based soft subspace clustering and its applications in high dimensional data. *Information Sciences*, 2013, 246: 133–154.
- 29 Wu Z, Zhang H, Liu J. A fuzzy support vector machine algorithm for classification based on a novel PIM fuzzy clustering method. *Neurocomputing*, 2014, 125: 119–124.
- 30 Wu KL. Analysis of parameter selections for fuzzy C-means. *Pattern Recognition*, 2012, 45(1): 407–415.
- 31 郭华峰, 陈德华, 陆慧娟. 面向隶属度修正模糊聚类的参数选择方法. *计算机系统应用*, 2015, 24(1): 166–170.
- 32 Pal NR, Bezdek JC. On cluster validity for the fuzzy C-means model. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1995, 3(3): 370–379.
- 33 Blake CL, Merz CJ. *UCI repository of machine learning databases*. Irvine, CA: University of California, Department of Information and Computer Science, 1998.
- 34 Yang MS, Hung WL, Chen DH. Self-organizing map for symbolic data. *Fuzzy Sets and Systems*, 2012, 203: 49–73.