

基于 BFGS 计算力场的 GVF Snake 模型及其应用实现^①

蒋小波, 梁久祯

(江南大学 物联网工程学院, 无锡 214122)

摘要: 梯度向量流模型(GVF Snake)在图像处理领域取得较好的效果. 但它简单的迭代运算方法, 其收敛速度慢, 限制了其应用. 针对梯度向量场的计算, 提出一种基于 BFGS 算法求解力场的方法, 给出详细的求解过程并且通过计算机仿真进行数值求解, 最后将改进后的 GVF Snake 模型用于图像处理. 结果表明, BFGS-GVF 建立的梯度向量场性能较好. 与图像处理中的牛顿几何轮廓算法、CV 活动轮廓算法及 IALM-GVF Snake 算法进行对比, BFGS-GVF Snake 算法能得到清晰、光滑的图像轮廓.

关键词: 梯度向量流模型; BFGS 算法; 数值求解; 图像分割

Based on BFGS Algorithm Improved GVF Snake Model Field Calculation and its Application

JIANG Xiao-Bo, LIANG Jiu-Zhen

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Gradient vector flow has achieved good results in image processing. But the simple iterative computing method, result in slow convergence speed, restrictions its applications. In order to explore the effective solving scheme for the gradient vector field, this paper proposes a method based on BFGS algorithm for gradient vector field calculation. The numerical solving process is given in detail and which is used in image processing task. Experimental results show that the BFGS-GVF algorithm shows a better performance of gradient vector field. Compared with generalized Newton-Type methods for energy formulation, CV active contour, IALM-GVF Snake algorithm, BFGS-GVF Snake algorithm can obtain clear and smooth contour.

Key words: Gradient vector flow model; BFGS algorithm; numerical schemes; image segmentation

主动轮廓模型是一种基于能量最小化的方法来解决图像分割问题, 且取得了较好的效果. Xu 等人^[1]最先提出梯度向量流方法, 是为了解决传统的参数轮廓模型中两个关键问题: 小的外力捕捉范围和不能收敛到深度凹陷区域. Xu 等人^[2]又进一步提出广义一般梯度向量流的方法, 来提高长条型深度凹陷狭长边界的收敛问题. 它广泛应用在图像轮廓提取、医学诊断、重建等.

尽管梯度向量流模型取得了成功和广泛的应用, 传统的有限差分方式求解梯度向量场的方法速度太慢, 限制了在大尺寸图像处理上的应用. 陈等人^[3]论述了 Snake 模型的研究进展, 提到了梯度向量流(GVF)的局

限性: 因流信息扩散, 强边缘和弱边缘具有相似的信息流; 同时, GVF 力场的扩展是以迭代次数为代价的, 导致运算量大, 在逼近过程中初始轮廓线远离真实轮廓, 运算量也大等. 对于梯度向量场的分析, 侯等人^[4]给出了详细的讨论. 模型外力的改进给出了两个思路: 一是能找到可计算出的力来代替外部力场, 如 Li 和 Acton 等人^[5]提出的向量场卷积外力的方法; 另外一种可行的也是目前主要的研究的方向: 找到一种有效且快速计算 GVF 外力场的方法. 针对模型的最后化简出的迭代方程式, Boukerroui^[6]比较了一系列求解 GVF 力场的数值方案, 采用多种离散差分格式, 其中包括显示, 隐式, 半隐式, 换向差分, 局部一维等方法. 最

^① 基金项目: 国家自然科学基金(61170121); 中央高校基本科研业务费专项资金(JUSRP11235)

收稿时间: 2015-03-12; 收到修改稿时间: 2015-04-26

终的表明换向显式(ADES)是最适合多网格的计算方法。随后, Han 等人^[7]提出了一种多网格的GVF/GGVF 算法,它主要是通过每次迭代运算求误差值,根据误差的大小,决定是返回重新求解还是进行下一次迭代计算。它能够有效的加快向量场的求解,减少迭代次数,从而提高计算效率。李等人^[8]首先提出了一种基于改进的拉格朗日和凸壳优化的方法,来实现 GVF 力场的快速计算,把能量泛函的求解看成是一个无约束的优化问题。任等人^[9]又进一步完善了改进拉格朗日和凸壳优化的方法,并分别对 GVF/GGVF 的力场计算进行详细分析和讨论。Bar 等人^[10]重点探讨了一般牛顿方法在图像分割中的应用,提供一种比较新的用于图像处理的求解思路。

本文针对梯度向量流模型中的梯度力场计算速度慢和深度凹陷区域收敛特性差等问题,提出一种基于BFGS 算法改进梯度向量场迭代计算的方法,给出详细的理论分析并且通过计算机仿真进行数值求解,最后将改进的 GVF Snake 模型应用到实际的图像处理任务中,得到了清晰光滑的图像轮廓边界,验证了算法的有效性。

1 梯度向量流模型

基本 Snake 模型的思想就是通过能量最小化,将变形模型动态的匹配到图像中,将一实际的图像处理问题建立一个模型,转化为数学问题。进而通过数学的理论推导和分析,通过计算机仿真进行运算,来处理各种各样的计算机视觉问题。

1.1 GVF Snake 模型的基本原理

首先对于一幅特定的图像,使用边界检测算子,如Canny或Sobel算子,获取这副图像 $I(x, y)$ 的边界图 $f(x, y)$,为了得到水平和垂直方向的梯度向量,这里采用 Sobel 算子,将 $w(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$ 作为式(1)的外力项,可得 GVF-Snake 模型。梯度向量流定义成能量的形式,可最小化能量函数:

$$E = \iint \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |W - \nabla f|^2 dx dy \tag{1}$$

其中, μ 是规整化因子, ∇ 为 Laplacian 算子, u_x, u_y, v_x, v_y 分别是 $u(x, y), v(x, y)$ 在 x 和 y 方向的偏导数。基于变量积分的方法,梯度向量流中的梯度场 u, v 的值可以通过迭代计算求解。把 u 和 v 向量看成关于时间 t 的函数,得如下偏微分方程:

$$u_t(x, y, t) = \mu \nabla^2 u(x, y, t) + |\nabla f|^2 [u(x, y, t) - f_x(x, y)] \tag{2}$$

$$v_t(x, y, t) = \mu \nabla^2 v(x, y, t) + |\nabla f|^2 [v(x, y, t) - f_y(x, y)] \tag{3}$$

其中, $u_t(x, y, t)$ 和 $v_t(x, y, t)$ 是等价的, $f_x(x, y)$ 和 $f_y(x, y)$ 分别是 $f(x, y)$ 在水平方向和垂直方向的偏导数。使用变分法,上述(1)式方程的求解,可求解下列的欧拉-拉格朗日方程得到:

$$\mu \nabla^2 u(x, y, t) + |\nabla f|^2 [u(x, y, t) - f_x(x, y)] = 0 \tag{4}$$

$$\mu \nabla^2 v(x, y, t) + |\nabla f|^2 [v(x, y, t) - f_y(x, y)] = 0 \tag{5}$$

对于上述两个方程,在 Xu 等人,采用简单中心有限差分法来求解上述等式。这种方法计算花费大,计算速度慢。方程对于 $u(x, y), v(x, y)$ 的形式是相同,在求解问题上也是等价的。以计算 $u(x, y)$ 为例,在实际的迭代求解过程中,(4)式写成离散的空间和时间网格,可得如下形式:

$$u^{k+1} = u^k + \alpha_k D_u^k \tag{6}$$

其中, $D_u^k = \mu \nabla^2 (u^k) + |\nabla f|^2 (u^k - f_x)$ 。 u^k 是第 k 次迭代的值, α_k 是时间步长,经典的求解过程中通常取 1。但 α_k 的取值会很大程度的影响最终的收敛效果,考虑采用常用的线搜索技术来确定 α_k 的值。

1.2 模型的变形及其推导

(1)式中能量泛函表达式,考虑变量的矩阵形式 u, v 是相互独立的,各自的求解可以分开进行。那么,表达式(1),可以将能量泛函改写成如下形式:

$$E(W) = \iint \mu[(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 [(u - f_x)^2 + (v - f_y)^2]] dx dy \tag{7}$$

针对 GVF 场中 $W = (u, v)$,通过最小化能量泛函求解上述(7)式。能量泛函可以看成 u, v 两个变量能量泛函的和,整理表达式如下:

$$E(W) = E(u) + E(v) \tag{8}$$

$$E(u) = \iint \mu[(u_x^2 + u_y^2) + |\nabla f|^2 (u - f_x)^2] dx dy \tag{9}$$

$$E(v) = \iint \mu[(v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 (v - f_y)^2] dx dy \tag{10}$$

上述方程(9)、(10)式是等价的,重点以计算(9)式为例,求解 u 的值。进行数值求解可以迭代式: $u^{k+1} = u^k + \alpha_k D_u^k$,这里再采用拟牛顿法进行数值求解的思想,乘以正定矩阵 $F(u^k)$,它可以有效的减少各向异性,加快收敛速度,整理得如下表达式:

$$u^{k+1} = u^k + \alpha_k F(u^k) D_u^k \tag{11}$$

其中, $D_u^k = \mu \nabla^2 (u^k) + |\nabla f|^2 (u^k - f_x)$ 。下面将详

细介绍如何构造 $F(\mathbf{u}^k)$ 矩阵.

2 BFGS算法求解的GVF Snake模型

2.1 基于 BFGS 算法的梯度向量场计算

BFGS 是一种拟牛顿方法^[1], 结合文献[12]在计算中的应用. 本文针对方程(11)式, 每一次的迭代步长 α_k , 可以用非线性搜索方法中的 Armijo 搜索准则来设定 α_k . 它是指定 $\beta \in (0, 1), \sigma \in (\rho, 1)$, 令步长因子 $\alpha_k = \beta^{m_k}$, 其中 m_k 为满足下列不等式的最小非负整数:

$$f(x_{k+1}) \leq f(x_k) + \sigma \beta^m g_k^T d_k \quad (12)$$

若 $f(x)$ 连续可微, 且后面一项满足 $g_k^T d_k < 0$, 则 Armijo 准则是有限终止的, 即存在正数 σ , 使得对于充分大的正整数 m , 式(12)成立. 然而, 即使步长 α_k 自适应, (11)式仍是以有限的方式运行, 因为梯度是各项异性的. 最终, 每一个元素 \mathbf{u}^k 都会在瞬间行为和精度上展示出一个很明显的不同. 对于 $F(\mathbf{u}^k)$ 项的构造, 重点讨论将迭代式乘以 Hessian 逆矩阵 H_k^{-1} , 整理成如下形式:

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \alpha_k H_k^{-1} D_u^k \quad (13)$$

对于上述(13)的逆矩阵 H_k^{-1} 求解, 需要用 BFGS 算法中取得其近似值, 取代复杂的求逆的过程, 加快运算速度.

$$H_k^{-1} = \begin{cases} B_k & y_k^T s_k \leq 0 \\ B_k - \frac{B_k s_k s_k^T B_k}{s_k^T B_k s_k} + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} & y_k^T s_k > 0 \end{cases}$$

$$s_k = \mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k, y_k = g_{k+1} - g_k, g_k = -B_k d_k.$$

同时, 在没有包含任何先验信息和图像的空间结构的图像中, 需要给 H_k^{-1} 乘以 G 矩阵. 在欧式空间中, 用空间光滑运算 G 进行梯度向量流的光滑处理. 它采用一个高斯内核, 依赖于光滑项的宽度. 此时 $F(\mathbf{u}^k) = \alpha_k G H_k^{-1}$, 整理成如下形式:

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \alpha_k G H_k^{-1} D_u^k \quad (14)$$

对光滑矩阵 G 的选取, 对于大多数图像处理问题来说, 主动轮廓法对图像的先验知识和方向等信息是不知道的. 此时, 需要将 G 矩阵设定成各项同性, 也就是在各个方向上用同样的归一化条件. 使用高斯光滑运算, 需要满足各向同性和可分离性, 更精确的方法设定 G 阵.

$$G = \text{Toeplitz}(g_\sigma) \quad (15)$$

$$g_\sigma(s, u) = (1/2\pi\sigma^2) \exp[-(s^2 + u^2)/2\sigma^2], \sigma$$

的高斯内核的宽度, 光滑项因子. σ 值的选定依赖于图像的模式和噪声的等级.

2.1 BFGS 算法改进后的 GVF Snake 模型用于图像处理的详细步骤

基于 BFGS 算法思想改进的 GVF Snake 模型用于图像处理的详细步骤如下:

Step1: 输入图像 f , 进行预处理和灰度图转换;

Step2: 运用 BFGS-GVF 算法进行梯度向量场的计算;

Step3: 进行给参数和轮廓线的初始化;

Step4: 根据改进梯度向量场计算后的 GVF Snake 模型进行轮廓的迭代计算, 统计迭代次数 k ;

Step5: 判断 k 是否等于最大迭代值, 若是, 迭代结束, 进入步骤 6; 若不是, 回到 Step 4;

Step6: 算法结束, 输出最终的迭代轮廓结果.

3 实验结果及其分析

为验证算法的有效性, 在配置为 3.40GHz Core(TM) i3-3240M 的 PC 机, Window 7 系统和 Matlab 2012a 平台下仿真. 使用数值初始化条件来对 BFGS-GVF 算法进行求解. $\mathbf{u}^0, \mathbf{v}^0$ 的初始值分别设为 $f_x(x, y), f_y(x, y)$. 在迭代过程中, 对于边界条件的处理, 本文先将图像放大到原图像的 1.14 倍, 经处理后再取原图像大小显示. 同时, 将本文改进的算法与其它同类算法进行对比实验.

3.1 梯度向量场实验结果及其讨论

首先, 选用经典的像素大小为 64*64 的 U 型和 Room 图像进行实验. 它们主要代表了深度凹陷区域的图像分割和有断续的图像分割的处理等问题. 实验结果如图 1 所示. 针对本文 BFGS-GVF 算法和原始 GVF Snake 轮廓算法^[1]、IALM-GVF Snake^[9]算法进行了对比实验. 为了保证最终的有效迭代, 根据原始的 GVF 算法的经验值设定为 80 次. 分别观察这两幅图像采用 BFGS-GVF 算法所建立的梯度向量场, U 型图像结果中, BFGS-GVF 算法对边界有较好的处理和得到了光滑的梯度向量场. Room 型图像结果中, BFGS-GVF 算法不仅对边界有较好的处理, 还较好的保持原图像的固有结构和得到了光滑的梯度向量场. IALM-GVF 算法在处理图像出现断续的情况时, 不能保持原有的结构.

总的来看,原始的 GVF 模型对边界都没有较好边界进行处;IALM-GVF 算法在深度凹陷区域上有较好的梯度场.但是,对于断续的图像边界就不能得到较稳定的梯度场;BFGS-GVF 算法不仅能得到较好的凹陷区域图像和断续边界的梯度场,且梯度场比较光滑.

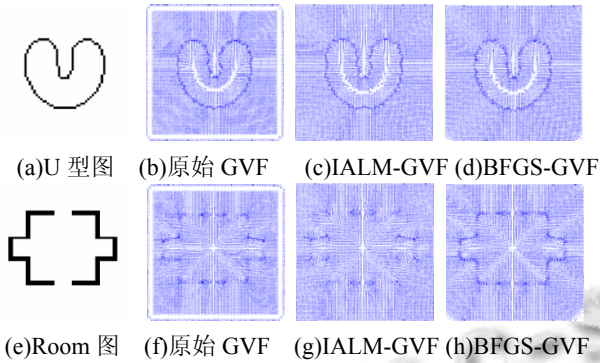


图 1 三种算法的梯度向量场仿真结果

采用梯度场计算时间花费指标来定量评价这 3 种向量场计算方法,结果如表 1 所示.其中,传统的 GVF 方法采用有限差分的格式求解梯度向量场的时间.与传统的梯度向量流算法相比, BFGS-GVF 算法运算时间花费上少很多.但是,与 IALM-GVF 算法相对,耗时要长一些.

表 1 计算时间花费对比(t 单位: s)

图像	GVF	IALM-GVF	BFGS-GVF
U 型	0.361	0.073	0.138
Room	0.414	0.075	0.127

此外,多网格 MGVF Snake 算法^[7]是采用 C 语言编程实现梯度场的计算,对于 U 型图像和 Room 图像花费的时间分别是 0.039s 和 0.057 秒.仅作为参考,重点是 BFGS-GVF 算法与 IALM-GVF 算法进行比较.

3.2 在图像分割中的应用

为了更好的验证算法的有效性,本文参考文献 [13,14] 进行的实验和分析,分别对合成图像、噪声图像、红外热成像图像和工业焊点图像进行处理,结果如图 2 所示.最终收敛到的目标轮廓均采用蓝色轮廓线表示.从实验结果可以看出,图 2(a)表明对于简单

的计算机合成图像,基于 BFGS 算法改进后的 GVF Snake 模型,能准确的得到较光滑的图像轮廓;图 2(b)表明在有噪声的环境下,改进后的算法依然能得到较好的分割结果,但是受噪声的影响,最终分割出的图像轮廓光滑性较差;图 2(c)表明在红外热成像图像,能正确得到飞机图像的外轮廓边缘;图 2(d)表明, BFGS-GVF Snake 模型在复杂的工业环境下,能正确检测到焊点的缺陷,提取焊点的轮廓.

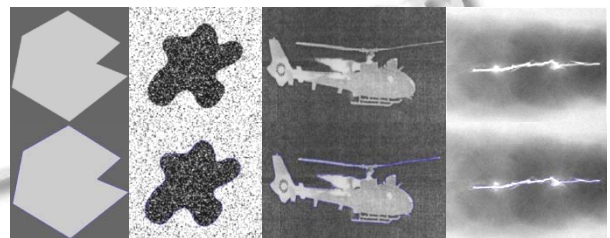
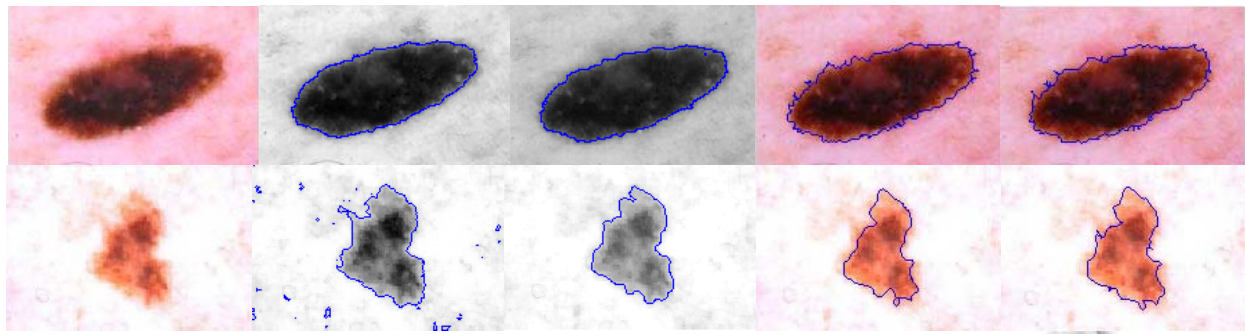


图 2 BFGS-GVF Snake 算法在图像分割中的结果

3.3 医学皮肤图像的分割结果及讨论

为了更好的验证算法的实用性,本文针对医学图像上最常见的皮肤镜图像进行实验处理.所选实验素材均选自文献[15],主要选取三类代表性的皮肤图像进行实验.它们分别是边界相对清晰、背景与目标区分不大、自身边界模糊的 3 类图像.与原始 GVF Snake 轮廓算法^[1]、图像处理中的牛顿几何轮廓算法^[10]、CV 活动轮廓算法^[16]和 IALM-GVF Snake 算法^[9]等四种算法进行对比,实验结果如图 3 所示.图(a)是原始图像,图(b)和图(c)都是将彩色图像先转为灰度图像处理的结果.从第二行图 3(b)可以看出,牛顿几何轮廓算法对噪声敏感,当图像背景复杂时引入不相关的噪声信息.总的来看,四种算法针对各种不同轮廓特点的彩色图像都能得到边界轮廓.其中, CV 活动轮廓模型得到的轮廓边界相对光滑清晰,可以看成是一个标准. BFGS-GVF Snake 算法能得到较好的图像边界轮廓.相比于 IALM-GVF Snake 算法在轮廓曲线光滑性和真实的轮廓大小上有优势.



(a) 原始图像 (b) 牛顿几何轮廓法 (c) CV 算法 (d) IALM-GVF Snake 算法 (e) BFGS-GVF Snake 算法

图 3 四种算法在皮肤镜图像处理上的分割结果

4 结语

本文针对 GVF Snake 模型在图像分割中取得了较广泛的应用,且梯度力场的研究一直是热点问题.重点分析梯度向量力场迭代计算的问题,提出一种基于 BFGS 算法求解梯度向量场的方法,得到光滑的梯度向量力场来改进 GVF Snake 模型.最后,将改进力场计算的 GVF Snake 模型应用到实际的图像处理任务中.实验结果表明, BFGS-GVF Snake 算法都能有效的进行梯度计算,得到较好的实验结果,表明算法的有效性.

参考文献

- Xu C, Prince JL. Snakes, Shapes and gradient vector flow. *IEEE Trans. Image Pmcessing*, 1998, 7(3): 359–369.
- Xu C, Prince JL. Generalized gradient vector flow external forces for active contours. *Signal Processing*, 1998, 71(2): 131–139.
- 陈立潮,牛玉梅,潘理虎,等.Snake 模型的研究进展. *计算机应用研究*, 2014, 31(7): 1931–1936.
- 侯志强,韩崇昭.基于力场分析的主动轮廓模型. *计算机学报*. 2004, 27(6): 743–749.
- Li B, Acton ST. Active contour external force using vector field convolution for image segmentation. *IEEE Trans. Image Process*, 2007, 16 (8): 2096–2106.
- Boukerroui D. Efficient numerical schemes for gradient vector flow. *Pattern Recognition*, 2012, 45: 626–636.
- Han X, Xu C, Prince JL. Fast numerical scheme for gradient vector flow computation using a multigrid method. *IET Image Process*, 2007, 1(1): 48–55.
- Li J, Zuo W, Zhao X, Zhang D. An augmented Lagrangian method for fast gradient vector flow computation. *IEEE International Conference on Image Processing. ICIP 2011*. IEEE Press. 2011.
- Ren DW, Zuo WM, Zhao XF, et al. Fast gradient vector computation based on augmented Lagrangian method. *Pattern Recognition Letters*, 2013, 34: 219–225.
- Bar L, Sapiro G. Generalized Newton-type methods for energy formulations in image processing, *SIAM J. Imag. Sci.*, 2009, 2(2): 508–531.
- 黄浦生,陈忠.改进的无约束化的 BFGS 算法. *武汉大学学报(自然科学版)*, 1994, 3: 1–8.
- 彭寒梅,曹一家,黄小庆.基于 BFGS 信赖域算法的孤岛微电网潮流计算. *中国电机工程学报*, 2014, 34(16): 2629–2638.
- 王志东,汪友生,李龙,等.一种血管内超声图像边缘提取的新方法. *计算机系统应用*, 2013, 22(9): 176–179.
- 赵四能,张丰,杜震洪,等.结合中值滤波的彩色自蛇模型在遥感图像放大的研究. *计算机系统应用*, 2011, 20(12): 41–45.
- Zhou HY, Schaefer G, Celebi ME, et al. Gradient vector flow with mean shift for skin lesion segmentation. *Comput Med Imaging Graph*, 2011, 35(2): 121–127.
- Pereyra M, Batatia H, McLaughlin S. Exploiting information geometry to improve the convergence properties of variational active contours. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(4): 700–707.