

改进的对象间差异度的限制容差关系模型^①

谢同, 曾玲

(桂林电子科技大学 数学与计算科学学院, 桂林 541004)

摘要: 不完备信息系统不能直接用经典的粗糙集理论来处理, 为此, 容差关系、非对称相似关系、限制容差关系、限制非对称相似关系、对象间差异度的限制非对称相似关系等扩充的粗糙集模型被相继提出. 通过分析这些模型的优点和不足之处, 定义了新的对象间差异度, 提出了一种改进的对象间差异度的限制容差关系模型, 实例结果表明基于所提出模型的划分更精确, 更符合实际.

关键词: 不完备信息系统; 粗糙集; 对象间差异度; 容差关系; 限制容差关系

Improved Limited Tolerance Relation Model Based on Degree of Difference Between Objects

XIE Tong, ZENG Ling

(School of Mathematics & Computing Science, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: The classical rough set theory is not directly to deal with incomplete information system, therefore, the rough set model of tolerance relation, non-symmetric similarity relation, limited tolerance relation, limited non-symmetric similarity relation and limited non-symmetric similarity relation model based on object difference degree have been proposed. Through the analysis of the advantage and disadvantage of these models, the new definition of the degree difference between objects, it puts forward a new extension of rough set which is limited tolerance relation model based on degree of difference between objects, the results show that the proposed model more accurate, more practical.

Key words: incomplete information system; rough set; degree of difference between objects; tolerance relation; limited tolerance relation

粗糙集理论是分析和处理不确定、不完整和模糊数据的一种新型数学方法, 它在诸多领域, 如数据挖掘、粗糙控制、专家系统、人工神经网络、决策分析等^[1-4]得到广泛的应用. 但经典粗糙集理论只适用于完备信息系统, 即每个对象所有属性的属性值都是已知的. 然而, 在实际问题中由于各种误差和人为因素的影响, 所面临的信息系统很大部分都是不完备的决策信息系统^[5-8].

为了处理不完备信息系统, 已有多种利用各种非等价关系来扩展基于元素的粗糙集定义而得到的扩展模型, 如容差关系^[9]、非对称相似关系^[10]、限制容差关系^[11]、限制非对称相似关系^[12]、完备容差关系^[13]、对非对称相似关系^[15], 以及这些关系的一系列修正粗糙

集模型^[14]、对象间差异度的限制容差关系^[16-18]. 其中文献[11]分析了容差关系和非对称相似关系的不足, 认为容差关系的局限性在于条件太过于宽松, 它会将连一个相同已知属性值都没有的两个对象错误地划分到同一类中, 而非对称相似关系的要求太过于苛刻, 可能将大部分已知属性值都相同的两个对象错误地划分到不同类中, 进而提出了介于两者之间的限制容差关系模型. 文献[14]在文献[11]的基础上做了改进, 增加了对象间完备度, 但仍有不足. 文献[15]在文献[12]基础上做了修正, 添加了对对象间差异度, 弥补了不足, 但限制非对称相似关系这个条件相对比较苛刻. 因此, 本文结合限制容差关系和文献[15]模型中的优点, 给出了对象间差异度一个新的定义, 提

① 收稿时间:2014-11-17;收到修改稿时间:2014-12-22

出基于改进的对象间差异度的限制容差关系的粗糙集模型,使模型分类更精确,更符合实际。

1 预备知识

本节介绍不完备信息系统以及几种粗糙集扩展模型,并对这些模型的性质进行比较分析。

1.1 不完备信息系统

定义 1. 设 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$ 是一个不完备信息系统,其中 U 是对象的非空有限集合, A 是条件属性和决策属性的非空有限集合,对于每个 $a \in A$,有 $a: U \rightarrow V_a$,其中 V_a 称为 a 的值域. 对于一个对象,一些属性值可能是丢失或遗漏型空值,全体属性值域的集合记为: $V = \bigcup_{a \in A} V_a$.

1.2 容差关系

在给的不完备信息系统 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$ 中, $A = C \cup D$, C 是条件属性集合, D 是决策属性集合,对于属性子集 $B \subseteq A$,记遗漏值为“*”。Kryszkiewicz 给出的容差关系 T 定义如下:

定义 2^[9]. (容差关系 T) $T_B(x, y) = \{(x, y) \in U \times U \mid a(x) = * \vee a(y) = * \vee a(x) = a(y)\}$.

容差关系满足自反性、对称性,但不满足传递性. 从定义 2 知容差关系认为未知值“*”等价于任何已知属性值,这样会使某两个个体对象在没有明确相同或者只有极少相同的已知属性信息时就判定在同一个容差类中. 例如: 对象 $x = (2, *, 1, *, 2, *, 4, *, 3)$ 和对象 $y = (*, 3, *, 5, *, 6, *, 1, *)$,这并不符合实际情况。

1.3 非对称相似关系

非对称相似关系^[10]认为对象可能被不完备描述的原因不仅可能是由于知识的不精确,还可能是由于不可能用所有的属性来描述,因此,非对称相似关系不认为未知值是不确定的,而是当前不存在的,所以不允许比较未知值。

定义 3^[10]. (非对称相似关系) $S_B(x, y) = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall a \in B(a(x) = * \vee a(x) = a(y))\}$.

从定义 3 不难发现,满足自反性和传递性,但不满足对称性. 相对于宽松的容差关系,非对称相似关系限制了条件,做了改进,使两对象中同一属性值只能有一个是未知的. 又非对称相似关系的划分粒度过细,它能够那些大部分已知值都相同,明显看上去就很相似的对象被划分到不同的相似类中。

例如: 对象 $x = (2, *, 3, 0, 4, 1, 2, 5, 0)$ 与对象

$y = (*, 0, 3, 0, 4, 1, 2, 5, 0)$,这两个在非对称相似关系下是可区分的,但实际上这两个对象相似的可能性非常大。

1.4 限制容差关系

王国胤^[11]在分析了容差关系和相似关系的缺点之后,提出了基于限制容差关系的扩充粗糙集模型,弥补了容差关系和相似关系的不足。

定义 4^[11]. (限制容差关系) $L_B(x, y) = \{(x, y) \in U \times U \mid (a(x) = a(y) = *) \vee (P(x) \cap P(y) \neq \emptyset) \wedge (a(x) \neq *) \wedge (a(y) \neq *) \rightarrow (a(x) = a(y))\}$.

其中 $P(x) = \{a \in B \mid a(x) \neq *\}$.

对象集合 x 关于 $B \subseteq C$ 的上近似(X_L^B)和下近似(X_B^L)分别定义为: $X_L^B = \{x \mid x \in U \wedge L_B(x, y) \cap X \neq \emptyset\}$, $X_B^L = \{x \mid x \in U \wedge L_B(x, y) \subseteq X\}$.

限制容差关系同容差关系一样满足自反、对称,但不满足传递性. 限制容差关系模型弥补了容差关系过于宽松与非对称相似关系过于苛刻,刚好介于两者之间. 但它的划分粒度还是过粗。

例如: 对象 $x = (*, *, *, *, *, *, 3)$ 与对象 $y = (*, *, *, *, *, *, 3)$ 仅有一个已知值相同,限制容差关系却把它们划分在同一个相似类中,但实际上这两个对象相似的可能性很小。

1.5 限制非对称相似关系

定义 5^[12]. (限制非对称相似关系 LS) 不完备信息系统 $IS = \langle U, C \cup D, V, F \rangle$, $B \subseteq C$, 则定义 LS $LS_B(x, y) = \{(x, y) \in U \times U \mid a(x) = * \vee a(x) = a(y) \wedge a(x) = a(y) \neq *\}$.

由定义 5 易知,满足自反、传递,不满足对称. 限制非对称相似关系比非对称相似关系更合理,刻画的属性粒度更精确,一定程度上克服非对称相似关系的缺点,当两对象中没有相同属性同时为“*”时定义就退化为定义 3 中非对称相似关系. 当两个对象相同的属性值很少且不同属性值较多时,如对象 $x = (2, *, *, 4, *, *, *)$ 和对象 $y = (2, 0, 1, 4, 3, 6, 1)$ 被划分在相同的相似类中,导致粒度过粗,可能使得下近似集中对象过少,影响确定规则的获取数目,仍然不很科学。

1.6 对象间差异度的限制非对称相似关系

针对限制非对称相似关系的缺点,张伟等^[14]给出了对象间差异度的限制非对称相似关系 OS 定义如下:

定义 6^[15]. (对象间差异度) 不完备信息系统 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$, 任意属性子集 $B \subseteq A$, 令 $P_{xy} = \{a \in B \mid a(x) \neq a(y)\}$, 则对象 $x, y \in U$ 之间的

差异度 $Q_{xy} = |P_{xy}| / |B|$.

定义 7^[15]. (对象间差异度的限制非对称相似关系)

$$OS(x, y) = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall a \in A(a(x) = *) \vee \frac{|P(x) \cap P(y)|}{\max(|P(x)|, |P(y)|)} \geq Q_{xy} \wedge \forall a \in A(a(x) = a(y) \neq *)\}$$

其中 $P(x) = \{a \in B \mid a(x) \neq *\}$.

定义 8^[15]. 对象间差异度的限制非对称相似于 x 的对象集合, x 与之限制非对称相似的对象集合分别

$$\text{定义: } os_B(x) = \{y \mid y \in U \wedge OS(y, x)\}$$

$$os_B^{-1}(x) = \{y \mid y \in U \wedge OS(x, y)\}.$$

上近似 X_{OS}^B 和下近似 X_B^{OS} 分别定义为:

$$X_{OS}^B = \{x \mid x \in U \wedge os_B(x) \cap X \neq \emptyset\}, X_B^{OS} = \{x \mid x \in U \wedge os_B^{-1}(x) \subseteq X\}.$$

定义 7 中模型关系满足自反性、传递性, 但不满足对称性, 确定相似类是由定义 6 对象间差异度与阈值 Q_{xy} 决定, 即相同元素比例不小于不同元素的比例, 避免限制非对称关系使两个对象相同的属性值很少且不同属性值较多得两对象划分到同一相似类中, 具体的阈值度量由不完备信息系统的差异度给出. 但当两个对象相同且其中已知属性值较多, 未知属性值较少时容易会被划分到不同一类中去, 例如: $x=(1,3,4,5,2,6,*)$ 和 $y=(1,3,4,5,2,6,*)$ 会被划分到不同的相似类中, 导致粒度过细, 不符合实际情况.

2 一种改进的对象间差异度的限制容差关系

结合对象间差异度和限制容差关系的优点, 提出一种改进的对象间差异度限制容差关系模型.

定义 9.(改进的对象差异度)不完备信息系统 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$, 任意属性子集 $B \subseteq A$, 令 $P'_{xy} = \{a \in B \mid a(x) = a(y) \neq *\}$, 则对象 $x, y \in U$ 之间的差异度 $Q'_{xy} = 1 - \frac{|P'_{xy}|}{|B|}$.

由定义可知改进的对象间差异度为两对象中对应属性值不相同的元素比例.

定义 10. (改进的对象间差异度的限制容差关系)

$$OL(x, y) = \{(x, y) \in U \times U \mid (a(x) = a(y) = *) \vee (P(x) \cap P(y) \neq \emptyset) \vee [\min(\frac{|P(x) \cap P(y)|}{\max(|P(x)|, |P(y)|)}, \frac{r(x) + r(y)}{2}) > Q'_{xy} \wedge ((a(x) \neq *) \wedge (a(y) \neq *) \rightarrow (a(x) = a(y)))]\}.$$

其中 $P(x) = \{a \in B \mid a(x) \neq *\}$, $r(x) = \frac{|P(x)|}{|B|}$, $\gamma(x_i) \in (\theta, 1)$.

易知定义 10 中的关系满足自反性、对称性, 但不满足传递性. 由于在限制容差关系下两对象对应属性元素有可能都为“*”但定义 6 中的对象差异度不能很好的区分, 这也是限制非对称关系比限制容差关系较苛刻的原因, 故改进的差异度更好的说明在限制容差关系下两对象中对应属性不同元素的比例.

通过定义 9 中改进的对象差异度以及定义 10 中增加的一项 $\frac{r(x) + r(y)}{2}$, 克服了当两个对象相同且其中

已知属性值较多, 未知属性值较少时容易会被划分到不同一类中去这种情况. 例如对象 $x=(1,*,*,*,*)$ 与 $y=(1,*,*,*,*)$, 根据定义 9 知对象 x 和对象 y 改进的差异度 $Q'_{xy} = 0.75$, 而 $\frac{|P(x) \cap P(y)|}{\max(|P(x)|, |P(y)|)} = 1$, 如果没有 $\frac{r(x) + r(y)}{2} = 0.2$ 这项限制, 很容易认为这种只有一个明

确已知值相同的对象被认为是相似的, 但实际上这两个对象的相似的可能性很小.

其中 θ 是设定的一个阈值且 $\theta \in [0.5, 1)$, 若一个对象的缺值太多没有实际意义, 设定一个阈值可以删除完备度小于该阈值的对象, 这样保证信息系统的对象间完备度在合理可用的范围.

例如对象 $a_1 = \{2, 2, 1, 1, 1, *, *, *\}$, $a_2 = \{2, 2, 1, 1, 1, 2, 1\}$, $a_3 = \{*, *, *, 1, 1, 2, 1\}$, 根据定义 10 知 a_1, a_3 都与 a_2 相似, 这样三个对象都被划分到同一相似类中, 而 a_1 和 a_3 相似度不高, 若设定一个阈值 $\theta \geq 0.65$, 这样会删除对象 a_1 和 a_3 , 这样可以避免三者划分到同一相似类中. 同时阈值 θ 的设定要根据实际情况而设定, 若太大容易删除一些有用的信息, 不符合实际.

定义 11. 不完备信息系统 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$, 其中任意 $X \subseteq U$, 属性集合 $B \subseteq A$ 的上、下近似分别为 $X_{OL}^B = \{x \mid x \in U \wedge OL(x, y) \cap X \neq \emptyset\}$, $X_B^{OL} = \{x \mid x \in U \wedge OL(x, y) \subseteq X\}$, 又令 OL 的基于改进的对象间差异度的限制容差关系的容差类为 $OL(x) = \{y \in U \mid (x, y) \in OL\}$.

定义 12. 给定不完备决策表 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$, $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ 是 U 的一个划分, 则 X 基于关系 OL 的近似分类质量 γ_B^{OL} 和近似分类精度 α_B^{OL} 分别定义如下:

$$\gamma_B^{OL} = \sum_{i=1}^n \frac{|X_B^{OL}|}{|U|}, \quad \alpha_B^{OL} = \sum_{i=1}^n \frac{|X_B^{OL}|}{|X_{OL}^B|}$$

其中 $|E|$ 表示集合 E 的基数. 显然, $0 \leq \gamma_B^{OL} \leq 1$, $0 \leq \alpha_B^{OL} \leq 1$.

定理 1. 给定信息表 $IS = \langle U, A, V, F \rangle$, 属性子集 $B \subseteq A$, 对象子集 $X \subseteq U$, 改进的对象差异度限制容差关系 X 的上下近似集分别是对限制容差关系 X 的上下近似集的改进, 即: $X_B^L \subseteq X_B^{OL}$, $X_{OL}^B \subseteq X_L^B$.

证明: 对于 U 中任意两个对象 x 和 y , 如果 $\min(\frac{|P(x) \cap P(y)|}{\max(|P(x)|, |P(y)|)}, \frac{r(x)+r(y)}{2}) > Q'_{xy}$, 则必有 $(P(x) \cap P(y)) \neq \emptyset$, 即 $\forall x, y \in U (OL(x, y) \rightarrow L(x, y))$.

由定义 4 和定义 10 可知: $OL(x) = \{y \in U \mid (x, y) \in OL\}$, $L(x) = \{y \in U \mid (x, y) \in L\}$, 因此, $\forall y \in U (y \in OL(x) \rightarrow y \in L(x))$, 反之则不成立. 所以 $OL(x) \subseteq L(x)$. 由定义 11 易得 $X_{OL}^B \subseteq X_L^B$.

因为 $OL(x) \subseteq L(x)$, 所以对于 U 中任意对象 x , 如果 $L(x) \subseteq X$, 则 $OL(x) \subseteq X$. 又因为 $x \in X_B^L \Leftrightarrow L(x) \subseteq X$, $x \in X_{OL}^B \Leftrightarrow OL(x) \subseteq X$, 所以 $\forall x \in X (x \in X_B^L \rightarrow x \in X_{OL}^B)$; 反之则不成立. 所以 $X_B^L \subseteq X_{OL}^B$, 证毕.

由定理可知定义的新模型相对于限制容差关系提高了近似质量和近似分类精度, 使分类更加合理, 更加精确.

3 实例分析

例. 表 1 是给定的一个不完备决策表, 其中论域 $U = \{a_1, a_2, \dots, a_{12}\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ 是条件属性集, $d = \{\phi, \psi\}$ 是决策属性.

表 1 不完备决策

U	b_1	b_2	b_2	b_4	d
a_1	3	2	1	0	ϕ
a_2	2	3	2	0	ϕ
a_3	2	3	2	0	ψ
a_4	1	2	2	*	ϕ
a_5	1	2	2	*	ψ
a_6	2	3	2	1	ψ
a_7	3	*	*	*	ϕ
a_8	1	*	*	*	ψ
a_9	3	2	1	3	ψ

a_{10}	1	*	*	*	ϕ
a_{11}	*	2	*	*	ψ
a_{12}	3	2	1	*	ϕ

1) 用限制容差关系对表 1 进行分析, 有如下结果:

$$L_B(a_1) = \{a_1, a_7, a_{11}, a_{12}\} \quad L_B(a_2) = \{a_2, a_3\}$$

$$L_B(a_3) = \{a_2, a_3\}$$

$$L_B(a_4) = \{a_4, a_5, a_8, a_{10}, a_{11}\}$$

$$L_B(a_5) = \{a_4, a_5, a_8, a_{10}, a_{11}\}$$

$$L_B(a_6) = \{a_6\}$$

$$L_B(a_7) = \{a_7, a_9, a_{12}\}$$

$$L_B(a_8) = \{a_4, a_5, a_8, a_{10}\}$$

$$L_B(a_9) = \{a_1, a_7, a_9, a_{12}\}$$

$$L_B(a_{10}) = \{a_4, a_5, a_8, a_{10}\}$$

$$L_B(a_{11}) = \{a_1, a_4, a_5, a_9, a_{11}, a_{12}\}$$

$$L_B(a_{12}) = \{a_1, a_7, a_9, a_{11}, a_{12}\}$$

$$\phi_B = \emptyset, \quad \phi^B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}\}$$

$$\psi_B = \{a_6\}, \quad \psi^B = U$$

由结果可见, 其结果并不令人满意, a_8 与 a_{10} 、 a_7 与 a_{11} 相似的可能性很低却被分到同一类中去, 且近似质量也很低.

2) 用对象间差异度的非对称相似关系对表 1 进行分析, 有如下结果:

$$OS^{-1}(a_1) = \{a_1\}, \quad OS(a_1) = \{a_1, a_{12}\}$$

$$OS^{-1}(a_2) = \{a_2, a_3\}, \quad OS(a_2) = \{a_2, a_3\}$$

$$OS^{-1}(a_3) = \{a_2, a_3\}, \quad OS(a_3) = \{a_2, a_3\}$$

$$OS^{-1}(a_4) = \{a_4\}, \quad OS(a_4) = \{a_4\}$$

$$OS^{-1}(a_5) = \{a_5\}, \quad OS(a_5) = \{a_5\}$$

$$OS^{-1}(a_6) = \{a_6\}, \quad OS(a_6) = \{a_6\}$$

$$OS^{-1}(a_7) = \{a_7, a_9\}, \quad OS(a_7) = \{a_7\}$$

$$OS^{-1}(a_8) = \{a_8\}, \quad OS(a_8) = \{a_8\}$$

$$OS^{-1}(a_9) = \{a_9\}, \quad OS(a_9) = \{a_7, a_9, a_{12}\}$$

$$OS^{-1}(a_{10}) = \{a_{10}\}, \quad OS(a_{10}) = \{a_{10}\}$$

$$OS^{-1}(a_{11}) = \{a_{11}\}, \quad OS(a_{11}) = \{a_{11}\}$$

$$OS^{-1}(a_{12}) = \{a_1, a_9, a_{12}\}, \quad OS(a_{12}) = \{a_{12}\}$$

$$\phi_B = \{a_1, a_4, a_{10}\}, \quad \phi^B = U, \quad \psi_B = \{a_5, a_6, a_8, a_9, a_{11}\}$$

$$\psi^B = \{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}\}$$

由结果分析可知,其效果比 1)中的效果好多了,将 a_8 与 a_{10} 、 a_7 与 a_{11} 相似很小的对象分到不同的类中,符合实际情况。但 a_4 与 a_5 它们相似度很高却被分到不同类中,不符合实际情况,造成这种原因是因为非对称相似关系的条件要满足两个对象之间至少有一个对象的每个属性都是已知的。

3) 用改进的对象间差异度的限制容差关系对表 1 进行分析, $\theta = 0.6$, 有如下结果:

$$OL(a_1) = \{a_1, a_{12}\}, OL(a_2) = \{a_2, a_3\}, OL(a_3) = \{a_2, a_3\},$$

$$OL(a_4) = \{a_4, a_5\}, OL(a_5) = \{a_4, a_5\}, OL(a_6) = \{a_6\},$$

$$OL(a_9) = \{a_9, a_{12}\}, OL(a_{12}) = \{a_{12}\}.$$

$$\phi_B = \{a_1, a_{12}\}, \phi^B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_{12}\}, \psi_B = \{a_6\},$$

$$\psi^B = \{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_9, a_{12}\}.$$

从结果可见,改进的模型将 a_4 与 a_5 划分到同一类中,符合实际情况。其它划分和 2)中模型都差不多,增加的条件使模型中的对象划分的更合理,更符合实际。虽然近似质量没有提高但很相近,造成的原因是因为限制容差关系比非对称相似关系限制的条件相对来说宽松些。若设定阈值不同或许结果会好些,但也不宜过大,以免造成删除有用的信息。

4 结语

为了使经典的粗糙集方法能够处理不完备的信息系统,有必要对经典粗糙集理论进行扩充。本文在对象间差异度的非对称相似关系模型和限制容差关系模型存在不足的情况下,结合限制容差关系及对象间差异度的优点,定义了新的对象间差异度,提出了改进的对象差异度的限制容差关系模型,可以更加客观的去处理不完备信息系统,得到更多的有用信息,信息粒度刻画的更合理。

参考文献

- 1 Pawlak Z. Rough sets. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341-356.
- 2 Tsumoto S. Automated discovery of positive and negative knowledge in clinical databases based on rough set model. IEEE EMB Magazine, 2000, 19(4): 56-62.
- 3 Pawlak Z. Rough set approach to multi-attribute decision analysis. European Journal of Operational Research, 1994, 72(3): 443-459.
- 4 刘清. Rough 集及 Rough 推理. 北京: 科学出版社, 2001.
- 5 王国胤, 姚一豫, 于洪. 粗糙集理论与研究综述. 计算机学报, 2009, 7(32): 1229-1246.
- 6 Qian YH, Ling JY, Dang CY. Incomplete multi-granulation rough set. IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Part A, 2010, 40(2): 420-431.
- 7 Xu Y, Li LS, Li XJ. Generalized rough set model based on set pair situation. Journal of System Simulation, 2008, 20(6): 1515-1517.
- 8 陶志, 王桂滨. 不完备信息系统中一种改进的粗糙集模型. 计算机工程与应用, 2011, 47(20): 135-137.
- 9 Kryszkeiwicz M. Rough set approach to incomplete information systems. Information Science, 1988, 112(1): 39-49.
- 10 Stefamowski J, Tsoukeas A. On the extension of rough sets under incomplete information. International Journal of Intelligent System, 1999, 16(1): 29-38.
- 11 王国胤. Rough 集理论在不完备信息系统中的扩充计算机研究与发展, 2002, 39(10): 1238-1243.
- 12 瞿彬彬, 卢炎生. 基于限制非对称相似关系的粗糙集模型. 小型微型计算机系统, 2007, 28(6): 1084-1088.
- 13 盛立, 杨慧中. 基于完备容差关系的扩充粗糙集模型. 控制与决策, 2008, 23(3): 258-262.
- 14 王虎, 丁世飞, 张禹. 基于对象间完备度的限制容差关系改进模型. 广西师范大学学报(自然科学版), 2010, 28(4): 34-37.
- 15 张伟, 徐章艳, 王晓宇. 对象间差异度的限制非对称相似关系模型. 计算机工程与应用, 2011, 47(32): 31-33.
- 16 马希鹭, 王国胤, 张清华, 杨青山. 基于改进的完备容差关系的扩充粗糙集模型. 计算机应用, 2010, 30(7): 1873-1877.
- 17 Chen DJ, Li L, Wu KT. Degree induced covering rough set model. Intelligent and Soft Computing, 2012, 116(1): 829-833.
- 18 陶志, 黄信. 基于非对称选择相似关系的扩充粗糙集模型. 计算机工程与应用, 2013, 49(3): 147-149.