

# 手绘图风格的三维模型线条渲染<sup>①</sup>

许嘉翰, 陈昭炯

(福州大学 数学与计算机科学学院, 福州 350108)

**摘要:** 现有的三维模型线条渲染方法, 由于模型是网格结构, 渲染得到线条图由大量的小线段组成, 导致图形中有许多明显的棱角和孤立线段. 提出了一种新的手绘图风格的三维模型线条渲染方法, 将观察到的三维模型转化成简洁、自然的线条图. 算法首先采用 Suggestive Contours 方法得到模型的特征线段集, 通过分析线段的空间信息, 将小线段连接成若干长线条, 并用三次 B 样条曲线插值这些线条, 然后引入 B 样条小波对线条进行简化. 实验结果表明, 本文的方法可以很好地连接这些线段集, 得到平滑、简洁的手绘风格模型线条图.

**关键词:** 手绘图风格; 三维模型线条渲染; 非真实感渲染

## Sketch Style Three-Dimensional Model Line Rendering

XU Jia-Han, CHEN Zhao-Jiong

(College of Mathematics and Computer Science, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

**Abstract:** Current 3D model based line rendering methods produce drawings with a large number of small lines is due to the grid structure of the underlying model, resulting in many obvious corners and isolated segments in the drawings. In this paper, we propose a new sketch style 3-dimensional model line rendering method that transforms an observed 3D model into a drawing with simple and natural lines. Firstly, the method uses Suggestive Contours to get characteristic lines of the model. Then, these small lines are connected into a few long lines by analyzing their spatial information. Finally, cubic B-spline curves are utilized to interpolate the resultant lines with some simplification processing using B-spline wavelets. The rendering results show that the proposed method can connect characteristic lines well and get smooth and simple sketch style drawings.

**Key words:** sketch style; three-dimensional model line rendering; non-photorealistic rendering

### 1 前言

三维模型是表现客观物体的一种重要形式, 而在计算机世界中常需要通过二维图像技术展现三维模型, 这就需要将三维模型转换成辨识特征明显的二维视图, 三维模型线条图是其中一种有效的二维视图表达形式. 三维模型线条图并不是模型在某个二维平面上的简单投影, 它不仅包含了模型的外部轮廓线, 还包含能反映对象内部特征的褶皱细节线条, 如图 1 所示.

三维模型线条渲染是国际上一个新兴的研究方向, 国内相关研究还比较少. 线条渲染的目标是抓住模型表面的关键特征, 并用若干线条表现出物体形状, 渲

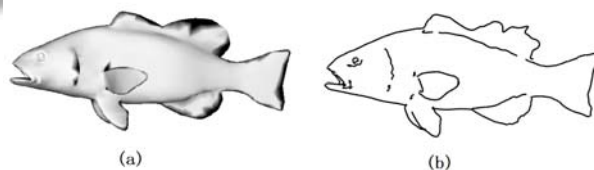


图 1 三维模型及线条图

染方法一般分为与视线无关和与视线相关两类. 与视线无关的渲染方法, 主要研究集中在脊线(ridges)和谷线(valleys)的提取, 这类线条不考虑观察视角, 仅通过分析物体表面的几何特性来确定; 与视线相关的渲染

<sup>①</sup> 基金项目:国家自然科学基金(61473089);福建省自然科学基金(2012J01262)

收稿时间:2014-07-08;收到修改稿时间:2014-09-19

方法,要先确定观察视角,得到的线条与视角的选择相关,最常用的是轮廓线(Silhouettes),即法线与视线相垂直的点构成的线条<sup>[1]</sup>;具有代表性的还有 Decarlo 等人提出的 Suggestive Contours<sup>[2]</sup>方法,该方法通过寻找可见区域的凸区域上视线与模型曲面法线所形成的平面与曲面所截得的曲线上的拐点,这些拐点的轨迹即为目标线条;此外, Judd 等人提出了 Apparent Ridges<sup>[3]</sup>方法,与 Suggestive Contours 不同的是,该方法将曲面上点的法向量投影到视平面上,在视平面上计算曲面上点沿各个方向的变化,从而为曲面上的点定义与视线相关的曲率.由于三维模型是立体网格结构,上述渲染方法得到的是大量的小线段,虽然整体上可以表现出模型,如图 2(a)所示,但图像内有明显的棱角和孤立小线段,如图 2(b)所示.

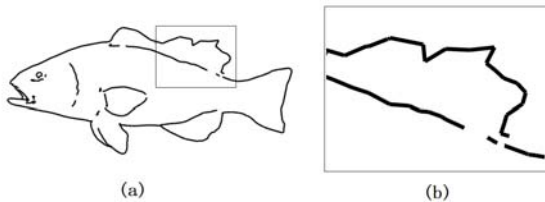


图 2 Suggestive Contours 线条图和局部放大图

与三维模型线条渲染的作用相似,现实生活中人们常用手绘图来简单描绘所见到的物体,因此手绘图被认为是人机交互的一个重要途径,但是目前针对手绘图的研究还较少.2012年, Eitz 等人首次以手绘图为研究对象,收集了大量无偏的手绘图数据,分析了手绘图的特点,并探索了人类是如何绘制和识别手绘图<sup>[4]</sup>;与 Eitz 等人对手绘图定义相同,本文的手绘图是指由少量简洁线条构成的、能直观表现出物体的特征的二维图形.事实上,手绘图与三维模型线条图的线条构成方式也是相似的,手绘图也主要由物体的外部轮廓线和内部褶皱细节线条构成.

生活中常见的物体均可以视为三维模型,而绘制线条来表现物体的过程可以视为对这些物体进行手绘图风格的线条渲染,因此本文提出了手绘图风格的三维模型线条渲染这个新问题,旨在从三维模型中获取少量简洁的线条来直观表现所观察到的模型.与一般三维模型线条渲染不同,手绘图风格的线条渲染需要解决以下三个关键点:首先,要求获得的线条能准确描绘物体表面形状特征;其次,要求克服三维模型线条渲染存在的棱角和孤立线段问题;最后,还要求得

到的图形与手绘图一样具有简洁、直观的特点.

针对上述的新问题以及三个关键点,本文提出了一种新的三维模型渲染方法.首先,手绘图是通过视觉观察得到的,因此是一类与视觉相关的线条,根据 Cole 对现有三维模型线条渲染算法的对比分析, Suggestive Contours 方法可以得到较好的模型特征线段<sup>[5,6]</sup>,因此本文选取 Suggestive Contours 方法来获取模型的视觉特征线段;其次,由这些线段构成的图形在两条线段相交处有许多棱角,部分相邻的线段不连续,产生了孤立线段,用长线条将描绘相同特征的线段连接起来,可以减少棱角和孤立线段,然而这些线段只包含两个端点坐标,因此只能根据线段的空间信息提取线条,但是如何连接这些线段才能得到合适的线条是一个难题,为解决这个问题,本文提出了线段的连接距离和连接夹角以及相应的线条提取方法,详见 2.2 介绍,提取线条的主要思想是在合适的连接距离和连接夹角范围内,选取连接距离最近的线段来扩展当前线条,提取完线条后,用三次 B 样条插值得到平滑线条,该方法可以得到较好的效果,如实验结果分析所示;最后,由于模型本身包含许多细微的特征,上述的线条提取方法不可避免会得到一些细小线条,因此要过滤掉这些细微线条,另外由于模型本身较为复杂,线条包含了较多褶皱,为了得到简洁的线条,进一步引入 B 样条小波,在保持线条主要特征的情况下,适当简化线条,获得最终渲染结果.

本文所提出的问题及算法提供了一种新的三维模型非真实感渲染手段,应用本算法可以从已有的三维模型获得大量的手绘风格的线条图,方便多媒体制作和动画制作;另一方面,目前流行的游戏建模、工业模型设计、3D 打印技术等提供了基于手绘图的三维模型检索接口,这种检索技术以用户手绘图为输入,通过匹配三维模型的线条图,获得检索结果<sup>[7,8]</sup>,而手绘图风格化后的模型线条图更接近用户的绘制习惯,可以提高特征匹配的成功率,得到更好的检索效果.

## 2 本文算法思想及设计

通过对比三维模型和相应手绘图,可以看到手绘图上描绘的线条是物体几何变化突出点的集合,这些线条主要包括物体的轮廓线以及表面的褶皱细节线条,并且观察的角度不同,得到的特征也不同,获得的线条也应该不同,本文选择与视觉相关的 Suggestive

Contours 来获取三维模型的视觉特征信息,该方法被验证可以获得较好的视觉特征;在此基础上,为克服已有三维模型线条渲染存在的问题,同时模拟绘制手绘图的过程,在此定义了线段的连接距离和连接夹角并提出了相应的线条提取方法,然后用 B 样条插值这些线条,获得光滑曲线;初始插值的线条包含过多的细节褶皱以及少量不可避免的孤立小线条,因此还需要对获得的图形做适当简化,过滤部分细节特征并删除孤立小线条,在这个阶段,我们采用 B 样条小波,对细节较多的线条进行滤波,得到较低分辨率的新线条,然后删除不影响到物体整体特征的细小线条,经过这一系列简化最终得到手绘图风格的线条图。

综上所述,本文手绘图风格的三维模型渲染方法应该包括以下三个部分:基于 Suggestive Contours 的模型视觉线段提取、基于空间信息的线条提取和基于 B 样条小波线条简化。

### 2.1 基于 Suggestive Contours 的模型视觉特征线段提取

Suggestive Contours 是一类描绘物体在某个视角下几何特征线条集。该类线条定义了视线方向  $v$ ,  $p$  为表面上的一点,  $v$  在  $p$  点的切平面上的投影为  $w$ , 切平面上沿  $w$  方向的法曲率记为  $k(w)$ ,  $k(w)$  在  $w$  方向的方向导数  $\nabla_w k(w)$  大于 0 的点即为 Suggestive Contours 上的点; Suggestive Contours 上的点也可以认为是可见区域内的凸区域上,视线与法线所形成的平面与曲面所截得到的曲线的拐点,详细内容见文献 2。

由于三维模型是立体网格结构,它的表面是离散的,因此在实际计算时,得到的是线段集合,记为  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{n-1}\}$ , 其中  $n$  是线段的数目,每条线段记为  $s_i$ , 线段的两个端点分别记为  $p_{i,1}$  和  $p_{i,2}$ , 则  $s_i = \overline{p_{i,1}p_{i,2}}$ ,  $i=0,1,\dots,n-1$ 。

### 2.2 基于空间信息的线条提取

获得三维模型的视觉特征线段集  $S$  后,需要用若干光滑线条来刻画这些特征线段,本文主要根据这些特征线段的空间位置关系,将这些线段串成若干线条。在这里定义了线段间的连接距离和连接夹角,连接距离是指两条线段各个端点之间的距离,连接夹角是指两条线段根据连接顺序形成的夹角;提取线条的主要思路是在连接距离和连接夹角范围内,选取连接距离最近的线段来扩展当前线条,提取完线条后,用三次 B 样条插值得到平滑线条,这些线条记为  $L = \{l_0, l_1, \dots, l_{n'-1}\}$ , 其中  $n'$  是线条的数目。以下三小节

分别介绍连接距离和连接夹角、线条提取具体方法以及如何插值得到三次 B 样条曲线。

#### 2.2.1 连接距离和连接夹角

在决定是否连接两条线段时候,主要考虑两条线段的距离和两条线段的走向。这里“距离”为连接距离,“走向”为连接夹角,连接距离为两条线段各个端点之间的距离,连接夹角是指两条线段根据连接顺序形成的夹角,相同的两条线段,连接顺序不同,它们之间的连接夹角也不同。假设任意两条线段,  $s_i$  和  $s_j$ , 它们的端点分别为  $p_{i,1}$  和  $p_{i,2}$ ,  $p_{j,1}$  和  $p_{j,2}$ , 两条线段间的连接距离为  $d_{i,j}$ , 方向向量分别为  $v_i$  和  $v_j$ , 连接夹角为  $\alpha_{i,j}$ , 两条线段有以下四种连接方式:

1)  $s_i$  的第一个端点和  $s_j$  的第一个端点相连, 距离:  $d_{i,j} = \|p_{i,1} - p_{j,1}\|$ , 两条线段的方向向量分别为:  $v_i = \overline{p_{i,1} - p_{i,2}}$ ,  $v_j = \overline{p_{j,2} - p_{j,1}}$ ;

2)  $s_i$  的第一个端点和  $s_j$  的第二个端点相连, 距离:  $d_{i,j} = \|p_{i,1} - p_{j,2}\|$ , 两条线段的方向向量分别为:  $v_i = \overline{p_{i,1} - p_{i,2}}$ ,  $v_j = \overline{p_{j,1} - p_{j,2}}$ ;

3)  $s_i$  的第二个端点和  $s_j$  的第一个端点相连, 距离:  $d_{i,j} = \|p_{i,2} - p_{j,1}\|$ , 两条线段的方向向量分别为:  $v_i = \overline{p_{i,2} - p_{i,1}}$ ,  $v_j = \overline{p_{j,2} - p_{j,1}}$ ;

4)  $s_i$  的第二个端点和  $s_j$  的第二个端点相连, 距离:  $d_{i,j} = \|p_{i,2} - p_{j,2}\|$ , 两条线段的方向向量分别为:  $v_i = \overline{p_{i,2} - p_{i,1}}$ ,  $v_j = \overline{p_{j,1} - p_{j,2}}$ 。

两条线段之间的连接夹角  $v_i$  和  $v_j$  所形成的夹角为:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{v \cdot v}{\|v\| \cdot \|v\|}\right) \quad (1)$$

连接距离描述了两条线段的相邻关系,越近的线段越适合放在同一条线条上;而方向夹角描述了两条线段的走向关系,同一条线条上的相邻的线段走向要求基本一致的;两条线段连接方式不同,线段之间连接距离和连接夹角不同。

#### 2.2.2 线条提取方法

提取线条的主要思想是在合适的连接距离和连接夹角范围内,选取连接距离最近的线段来扩展当前线条,具体方法描述如下:

首先,要明确线段之间的关系,建立线段间的关系表  $G$ , 关系表的信息包括每条线段两个端点距离最近线段以及端点,两条线段的连接距离不应太长,连

接夹角也不宜过大,因此要设置连接距离的阈值  $d$  和连接夹角的阈值  $\alpha$ ;其次,当线段的关系建立以后,需要用若干线条连接这些线段,正如绘图时,笔触是从某个特征点出发,本文的线条也是以其中一条未被使用过的线段为初始线条  $l$  进行扩展,不同的是,为充分使用线段空间信息,本文的线条向两端扩展线条,根据关系表找到距离当前端点最近的线段,添加到线条中,并将当前端点移到新线段的另一端,直到两个方向都不能继续扩展为止,线条包含的点为  $\{Q_k\}$ ,  $k=0,1,\dots,m$ ,每条线段只能用一次;绘图时,一条线条绘制完后,在剩下的线段中,找到一条未被使用过的线段作为新线条起点,重复上述的过程,直到完成绘制,最后生成  $n'$  条包含全部特征线段的线条集来描绘目标模型。

上述线条获取方法可以优先得到长线条,而物体的显著特征一般用长线条表示,用户关注的也是物体的明显特征.每一条线条由一条初始线段作为起点,按线段的两个方向展开,这样确保了每条线条是单路径,不存在分叉;另外通过标记的方式能保证所有的特征线段都被包含在新线条内。

### 2.2.3 基于三次 B 样条的曲线插值

对于线条  $l$ ,含有坐标数据为点集  $\{Q_k\}$ ,  $k=0,1,\dots,m$ ,可以用一条三次非有理 B 样条曲线插值这些点<sup>[9]</sup>,得到相应三次 B 样条曲线.为每一个坐标点  $Q_k$  指定了一个参数值  $\bar{u}_k$ ,并且选定一个合适的节点矢量  $U=\{u_0,u_1,\dots,u_m\}$ ,建立一个系数矩阵为  $(m+1)\times(m+1)$  的线性方程组:

$$Q_k = f(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^m N_{i,p}(\bar{u}_k) C_i \quad (2)$$

$m+1$  个控制点  $C_i$  是未知量.因为线段的长短相近,数据点间隔大小也相近,所以本文在选择  $Q_k$  对应的参数值  $\bar{u}_k$  以及节点矢量  $U$  时,采用均匀参数化,即

$$\bar{u}_0 = 0, \bar{u}_k = 1, \bar{u}_k = \frac{k}{m}, k=1,2,\dots,m-1 \quad (3)$$

通过求解线性方程组即可得到插值后样条曲线的控制点信息  $C_i$ ,  $i=0,1,\dots,m$ .

### 2.3 基于 B 样条小波的线条简化

插值后获得的线条仍然保留较多细节特征,而一般的手绘图的线条和构图都相对简洁,因此继续对线条进行基于 B 样条小波的简化<sup>[10]</sup>;对控制点数目少、不能简化、信息少、对表现模型特征影响的线条进行删除;对于要保留的线条进行准均匀化重采样,然后

进行基于 B 样条小波的线条简化。

对上述得到的由  $m$  个控制点构成的线条  $C^r$  进行平滑,  $r$  指线条的分辨率级别,等价于用较少的  $t(t < m)$  个控制点的低分辨率线条  $C^{r-1}$  来表示  $C^r$ ,如果同时用  $D^{r-1}$  来捕捉丢失的细节信息,则有  $C^r = A^r C^{r-1} + B^r D^{r-1}$ ,图 3 为 B 样条小波分解示意图。

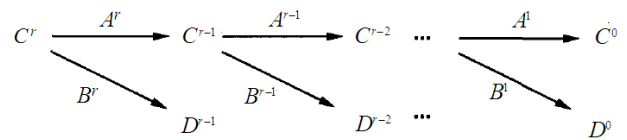


图 3 B 样条小波分解示意图

对线条  $C^r$  进行  $i$  次分解得到的线条  $C^{r-i}$ ,则  $C^{r-i}$  是  $C^r$  除去部分细节平滑后的线条.  $C^r$  进行一次分解有:  $C^{r-1} = P^r C^r$ ,其中  $P^r$  为分解矩阵,进行  $i$  次分解则有:  $C^{r-i} = P^{r-i} \dots P^r C^r$ ;因此插值获得的 B 样条曲线进行若干次的滤波平滑操作可以得到平滑简化后的线条,由这些线条构成了最终模型线条图。

## 3 本文算法流程

以物体的三维模型作为输入,根据上述的算法思想和设计思路,本文的渲染方法由以下三个步骤组成:1)获取模型上反应模型特征的线段集;2)按线段的空间信息提取线条并插值得到平滑曲线;3)平滑线条,删除部分细节线条.图 4 为渲染流程的示意图。

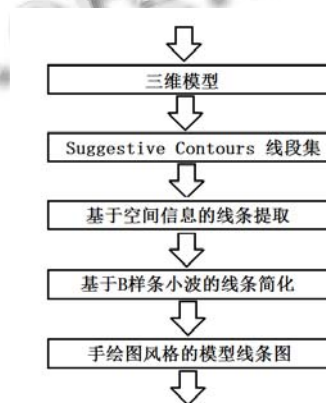


图 4 本文算法流程图

具体算法步骤描述如下:

Step 1. 读取并显示三维模型  $M$ ,选取观察模型的视角  $V$ ,如图 5(a)所示;进入 Step 2;

Step 2. 用 Suggestive Contours 方法获得当前视觉



特征线段集合  $S$ , 如图 5(b)所示; 进入 Step 3;

Step 3. 设置连接距离的阈值为  $d$ , 连接夹角的阈值为  $\alpha$ ; 标记所有线段为未被使用; 对每条线段的两个端点分别找到连接距离最近的线段作为预连接线段, 构造关联矩阵  $G$ , 矩阵的信息包括预连接线段的下标以及相应的连接端; 进入 Step 4;

Step 4. 以线段集中一条未被添加的线段为起始线段, 生成新线条  $l$ , 将这条线段标记为已被使用, 进入 Step 5; 如果不存在未被使用过的线段, 进入 Step 6;

Step 5. 从起始线段的一个端点开始, 在连接距离小于  $d$ , 连接夹角小于  $\alpha$  的范围内, 根据关联矩阵  $G$ , 寻找未被使用过的线段, 按连接顺序加入到当前线条  $l$  中, 并标记这些线段为使用过; 当前方向不能扩展时, 从起始线段的另一端点开始, 向线条的另一个方向扩展线条; 当两个方向都扩展结束后, 线条  $l$  提取完毕; 进入 Step 4;

Step 6. 当前线段已被划分成  $n'$  条线条, 这些线条还是折线条, 线条上的坐标点为  $\{Q_i\}$ , 对每条线条进行三次 B 样条插值, 获得最终光滑的线条集合  $L = \{l_0, l_1, \dots, l_{n'-1}\}$ , 如图 5(c)所示; 进入 Step 7;

Step 7. 对线条集合进行若干次基于 B 样条小波线条简化, 得到新的线条集  $L'$ , 构成最终的渲染结果图, 如图 5(d)所示.

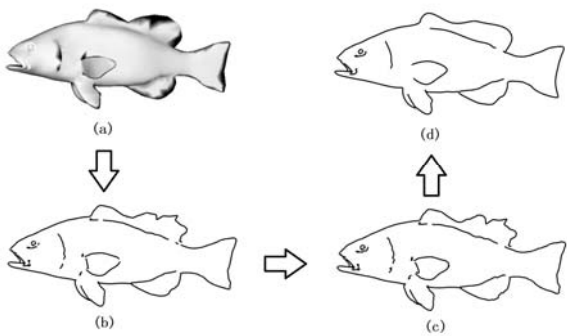


图 5 本文算法各个阶段获得的模型视图

### 4 实验结果分析

本文使用普林斯顿大学图形基准库 (Princeton Shape Benchmark, PSB) 的模型作为实验数据<sup>[11]</sup>. 几个重要参数的设置: 线段的连接距离阈值与模型的大小相关, 可以取 Suggestive Contours 中得到最长的线段长度作为阈值; 连接夹角的角阈度一般选择 30 度到 60 度; 由于每条线条的控制节点数有限, 线条平滑滤

波次数一般 2 到 4 次, 以下是部分实验结果分析.

图 6 是模型在同一个观察视角不同渲染阶段的效果图, 从上到下, (a)是 Suggestive Contours 方法获得的图形, (b)是线条提取后的图形, (c)是进行 B 样条小波简化后的图形, 这三个图形都很好的描绘了所观察到的模型特征. 从局部放大的视图可以看到, Suggestive Contours 有明显的棱角和孤立小线段, 如图 6(a)所示; 经过线条提取和 B 样条插值, 得到了光滑曲线, 消除了棱角, 同时小线段被合并到大的线条上, 孤立线段减少, 如图 6(b)所示; 经过 B 样条小波简化后, 局部的细节被抹去, 线条变得更加平滑, 但物体的整体特征保持良好, 这样的线条更接近手绘图风格, 如图 6(c)所示.

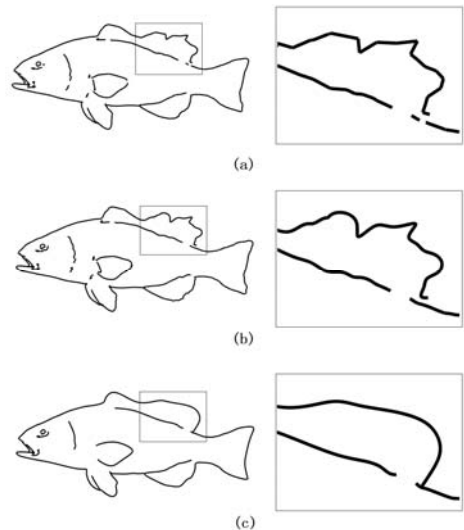


图 6 本文三个主要渲染过程对比图

表 1 是本文算法不同渲染阶段, 渲染结果图形所包含的线条数目, 模型采用文献 8 的编号. 从表中可以看出本文的算法可以用较少的线条绘制目标模型. 图 7 是部分模型渲染效果图, 第一列为原始模型视图, 第二列为 Suggestive Contours 方法得到的图形, 第三列为线条提取后用 3 次 B 样条插值得到的图形, 第四列为滤波简化后得到的图形. 从中可以看出, 本文的渲染方法可以得到能简洁直观表现模型的线条图.

表 1 本文不同渲染阶段图像的线条数目

模型编号(名称)	Suggestive Contours	线条提取后	简化后结果图
M2(蚂蚁)	2178	133	68
M40(老鹰)	1658	72	40
M60(鲤鱼)	513	21	11

M76(鲨鱼)	725	39	25
M88(猎狗)	759	36	22
M114(骨架)	2224	206	82
M206(蛙人)	1119	69	50
M249(消防员)	2359	110	32
M250(人)	4040	134	68
M251(外星人)	2673	73	32
M256(潜水员)	3019	158	64
M272(恐龙)	1736	94	45
M801(转椅)	1639	35	22
M838(沙发)	249	12	10
M988(玫瑰)	1432	80	28
M1074(树枝)	2752	554	140
M1090(椰树)	3405	203	88
M1129(飞机)	696	34	19
M1162(客机)	1096	60	24
M1260(战斗机)	2110	312	72

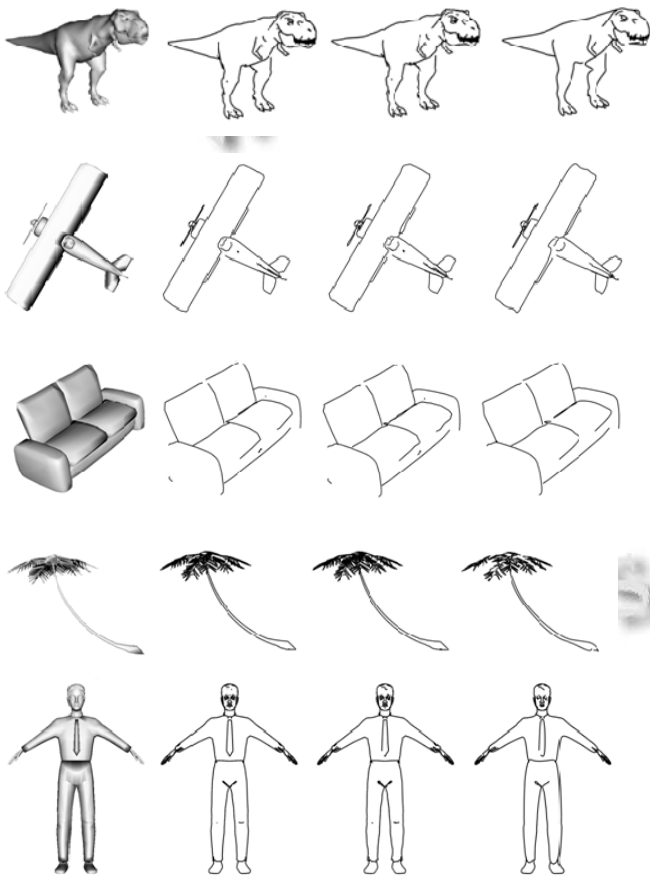


图 7 本文不同渲染阶段效果图

## 5 总结与展望

本文定义了一种造型简单、线条简洁、构图直观的三维模型线条渲染方式，即手绘图风格的三维模型线条渲染；首先通过 Suggestive Contours 获得模型的

视觉特征线段，经线段提取和三次 B 样条插值，获得光滑的线条图，再通过 B 样条小波简化，得到目标线条图；实验结果表明，该方法可以得到简洁、直观的模型线条图。

在完善本文方法的基础上，还可以在以下方面继续工作：随着三维模型视觉相关线条算法的进展，可以获得更好的视觉特征线段；其次，可以根据实际需要，使用不同的线条提取策略；同时，B 样条小波不仅可以用于简化线条，也可以对简化后的线条叠加细节特征，得到特定风格的手绘线条图。

## 参考文献

- 1 Hertzmann A. Introduction to 3D non-photorealistic rendering: Silhouettes and outlines. *Non-Photorealistic Rendering*. SIGGRAPH. 1999, 99.
- 2 DeCarlo D, Finkelstein A, Rusinkiewicz S, et al. Suggestive contours for conveying shape. *ACM Trans. on Graphics (TOG)*, 2003, 22(3): 848–855.
- 3 Judd T, Durand F, Adelson E. Apparent ridges for line drawing. *ACM Trans. on Graphics (TOG)*, 2007, 26(3): 19.
- 4 Eitz M, Hays J, Alexa M. How do humans sketch objects? *ACM Trans. Graph.*, 2012, 31(4): 44.
- 5 Cole F, Golovinskiy A, Limpaecher A, et al. Where do people draw lines? *ACM Trans. on Graphics (TOG)*, 2008, 27(3): 88.
- 6 Cole F, Sanik K, DeCarlo D, et al. How well do line drawings depict shape? *ACM Trans. on Graphics (TOG)*, 2009, 28(3): 28.
- 7 Eitz M, Richter R, Boubekeur T, et al. Sketch-based shape retrieval. *ACM Trans. Graph.*, 2012, 31(4): 31.
- 8 Li B, Lu Y, Godil A, et al. SHREC'13 track: Large scale sketch-based 3D shape retrieval. *3DOR*. 2013. 89–96.
- 9 Piegl L, Tiller W. *Curve and Surface Basics*. Springer Berlin Heidelberg, 1995.
- 10 Finkelstein A, Salesin DH. Multiresolution curves. *Proc. of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. ACM. 1994. 261–268.
- 11 Shilane P, Min P, Kazhdan M, et al. The princeton shape benchmark. *IEEE Proc. of Shape Modeling Applications*, 2004: 167–178, 56.