

基于贝叶斯推理与 PFNET 理论的认知模型^①

付永贵

(山西财经大学 信息管理学院, 太原 030031)

摘要: 针对从固定认知结构中生成认知模型的局限性, 提出在认知元素固定而认知结构不固定的学习中使用贝叶斯推理方法和 PFNET 理论从以往学习者的样本信息中按学习者的要求生成“最佳 K_i 结点集合”和“最优 K_i 认知链”, 获得 B-P 认知模型; 对 B-P 认知模型的生成原理进行说明并通过实例验证该模型的有效性和可行性。

关键词: B-P 认知模型; 认知结构; 最佳 K_i 结点集合; 最优 K_i 认知链

Cognitive Model Based on Bayesian Inference and PFNET Theory

FU Yong-Gui

(College of Information Management, Shanxi University of Finance and Economics, Taiyuan 030031, China)

Abstract: Aiming at the limitation of generating cognitive model from fixed cognitive structure, this paper proposes that in the learning process of fixed cognitive elements and not fixed cognitive structure using bayesian inference method and PFNET theory to generate “the optimal K_i set of nodes” and “the optimal K_i cognitive link” according to the learner requirement from the sample information of previous learners, and get the B-P cognitive model; explaining the generation principle of B-P cognitive model and verifying the effectiveness and feasibility of the model by example.

Key words: B-P cognitive model; cognitive structure; the optimal K_i set of nodes; the optimal K_i cognitive link

1 引言

通常人们对系统性知识的学习是由专家定义其认知结构, 这种学习方法可以确保学习者按照一定模式形成自己有关这一学科的认知模型, 但在面对庞杂的知识而没有现成的认知结构可以参考和探索新的学习方法的学习中这种学习方法明显有其不足。所以从现有的认知元素中参照其他学习者的样本信息形成认知模型显得尤为必要。

有关认知模型的研究已经很多, 比如文献[1-3]等。但经过综合专家们的研究可以发现, 目前的研究多数假定认知模型中不同认知元素之间是有向无环的, 即不考虑不同认知元素之间的交互性与反馈性, 同时假定不同认知元素之间有一个固定的结构模式。事实上, 一个认知模型中不同的元素之间信息经常是交互的, 同时由于学习者的要求不同在一个认知结构中可能存在着多个不同的认知模型, 随着新的认知元素的加入或认知模型原有认知元素的更改导致学习者的学

习行为会形成新的认知模型。基于此本文认为在认知元素固定而认知模型不固定的学习中, 使用贝叶斯 (Bayes) 推理方法获得其他学习者学习的基本规律, 同时借助 PFNET 理论的有关思想按学习者的要求形成可供自己参考学习的认知模型, 以帮助自己学习, 为了方便表述本文将这一认知模型简记为 B-P 认知模型。

2 相关理论基础

2.1 贝叶斯推理

贝叶斯推理是由英国牧师贝叶斯发现的一种归纳推理方法, 这种推理方法在得出结论时不但依据目前所观测到的样本信息, 而且需要根据推断者过去的经验和知识^[4]。其推理公式为:

$$P(K_1, K_2) = P(K_2 | K_1)P(K_1)$$

其中, $P(K_1, K_2)$: 结点 K_1 与 K_2 的联合概率

$P(K_1)$: 父结点的先验概率

^① 收稿时间:2012-02-19;收到修改稿时间:2012-04-02

$P(K_2|K_1)$: 给定父结点 K_1 , 子结点 K_2 出现的条件概率

2.2 PFNET 理论

PFNET (pathfinder network) 又称为路径搜寻相关网络模型。设一个 PFNET 有 n 个结点, 定义为 N_1, N_2, \dots, N_n , 任意两个结点之间的连接称为链, 如果两个结点之间的链是有向的称为弧, 如果是无向链称为边。PFNET 的基本思想是利用平面空间中三角形两边之和大于第三边的原理, 它的一个主要参数即路径长度, 其值不能大于结点的个数^[5]。有关 PFNET 的详细说明参见参考文献[5], 下面将本文涉及到的有关概念进行介绍, 定义 1-5 均出自参考文献[5]。

定义 1. PFNET 中任意两个结点 N_i, N_j 之间的距离 D_{ij} 是连接这两点的所有路径中权重值的最小一个, 即:

$$D_{ij} = \text{MIN}(W(P_{ij1}), W(P_{ij2}), \dots, W(P_{ijm}))$$

其中, $P_{ij1}, P_{ij2}, \dots, P_{ijm}$ 是连接 N_i, N_j 的所有路径。基于此, PFNET 网络有如下特点:

- (1) 任意结点与其自身的距离为 0;
- (2) 如果两个结点之间的连接是有向的, 则 $D_{ij} \neq D_{ji}$, 如果两个结点之间的连接是无向的, 则 $D_{ij} = D_{ji}$ 。

定义 2. 一个 PFNET 是一个七元组 $(N, E, W, LLR, LMR, r, q)$, 其中:

- (1) N 是结点集合;
- (2) E 是所有连接 (链) 的集合, N_i, N_j 之间的连接称为 e_{ij} ;
- (3) W 是结点之间连接 E 的权重矩阵, 则 N_i, N_j 之间的连接 e_{ij} 的权重记为 w_{ij} ;
- (4) LLR 是链标注规则, 这一规则按照具体的应用领域来制定;
- (5) LMR 是链隶属规则, 用于决定 E 中的元素是否属于 PFNET;
- (6) r 是一个计算因子, 其取值为 $1 \leq r \leq \infty$;
- (7) q 是一个路径结点值参数, 其取值为 $q \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, n 是 PFNET 中结点数量。

定义 3. PFNET (r, q) 中的链隶属规则 LMR 有如下定义:

- (1) 定义一个只包含所有结点 N_i 而不包含其连接的网路;
- (2) 按结点之间连接 e_{ij} 权重值 w_{ij} 的非降序排列 e_{ij} ;

(3) 对于给定 PFNET (r, q) 的 r, q 值, 对于每一个 e_{ij} 值, 当且仅当其权重值 w_{ij} 值是所有 e_{ij} 中的最小值时, e_{ij} 属于 PFNET (r, q) 。

对于每一个有向或者无向 PFNET, 使用 W 矩阵操作能够决定 PFNET 中的链成员, 这些矩阵操作能够发现当链数量 $i \leq q$ 时两结点间的最短路径, 其计算一定程度上受 r 因子的影响^[5]。

定义 4. 对于两结点 N_j, N_k , 它们之间连结中的链数量为 $i+1$ 时, 两结点之间的距离为:

$$W^{i+1}_{jk} = \text{MIN}((W_{jm})^r + (W_{mk})^r)^{1/r} \quad \text{其中: } 1 \leq m \leq n;$$

定义 5. 对于两结点 N_j, N_k , 它们之间连结中的链数量不大于 i 时两结点之间的距离为:

$$D^i_{jk} = \text{MIN}(W^1_{jk}, W^2_{jk}, \dots, W^i_{jk}) \quad \text{其中: } j \neq k;$$

3 B-P 认知模型

有时, 学习者所进行的学习是没有现成的认知模型可以参考的, 即学习者不知道如何从固定的认知元素中提取自己想要的知识, 这时从其他人学习的样本信息中使用贝叶斯推理和 PFNET 理论进行统计分析以生成自己想要的认知模型就成为学习者学习的一种重要途径。学习者的学习行为是一种有目的、有轨迹的行为, 为了研究方便, 在 B-P 认知模型中, 将认知元素称为结点, 将结点之间的网状结构转化成树形结构来表示认知结构, 这样处理虽然在图形结构上有一定的冗余性, 但可以使人准确地把握结点之间相互依存的整体性关系。这样 B-P 认知模型中各结点之间的关系有兄弟关系, 父子关系, 互信息关系, 补充关系等, 其关系如图 1 所示。

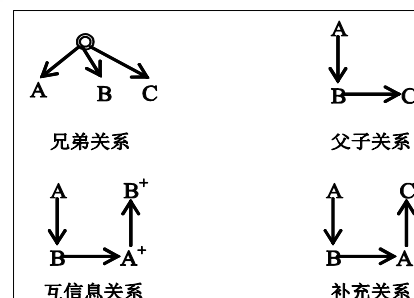


图 1 B-P 认知模型各结点之间关系图

其中, 兄弟关系是指结点在树形结构中的关系是并列的, 即它们相互独立, 体现在图 1 中的兄弟关系图示中 $P(A, B) = P(B, C) = P(C, A) = 0$, 需要说明的一点是因为部分学习者可能在某些结点共同的父结点处已经

终止学习, 所以 $P(A)+P(B)+P(C)\leq 100\%$; 父子关系表示其中一个结点是另一个结点的后继结点, 体现在图 1 中的父子关系图示中 $P(A,B,C)=P(A)P(B|A)P(C|B)$; 互信息关系指学习者在对于结点的学习过程中需要返回父结点去学习新的知识, 体现在图 1 中表示学习者在对 B 结点学习的时候需要获取 A 结点的知识, 这里记为 A^+ , 相应其后继结点记为 B^+ , 则 $P(A,B)=P(A)P(B|A)P(A^+|B)P(B^+|A^+)$; 补充关系指的是学习者在对于某一结点的学习过程中需要补充另一结点的知识, 而这一结点并不是其后继结点; 体现在图 1 中的补充关系图示中 $P(A,C)=P(A)P(B|A)P(A^+|B)P(C|A^+)$ 。

当学习者学习的时候, 他的学习目的是在获得满意知识的前提下寻求最有效的学习轨迹。设可供学习者学习的认知元素集合为 $K=\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 。当学习目标 K_i 确定以后, 学习者需要获取包含始结点(所有学习者共同的起始结点, 如果这个结点不存在, 可以设为学习预备点“◎”)且以 K_i 为终结点的最佳结点集合及由最佳结点集合组成的学习轨迹中的最优轨迹。

为了研究方便, 本文将包含始结点且以 K_i 为终结点的学习轨迹中的结点所组成的结点集合称为“ K_i 结点集合”; 在一个认知结构中可能有多个不同的学习轨迹包含相同的“ K_i 结点集合”, 在一个认知结构中不同的学习轨迹也可能形成多个“ K_i 结点集合”, 最能反映学习者认知需求的“ K_i 结点集合”称为“最佳 K_i 结点集合”; 由“ K_i 结点集合”组成的每一个学习轨迹都称为“ K_i 认知链”, “最佳 K_i 结点集合”组成的学习轨迹也有多个, 其中由“最佳 K_i 结点集合”组成的最能反映学习者认知需求的学习轨迹称为“最优 K_i 认知链”。

当学习目标 K_i 确定以后, B-P 认知模型的生成是求“最佳 K_i 结点集合”以及“最优 K_i 认知链”, 此时对应的 B-P 认知模型称为 B-P(K_i) 认知模型。

定义 6. 一个 B-P 认知模型是一个四元组 (K, E, LLR, q) , 其中,

- (1) K 是认知元素集合;
- (2) E 是结点之间的连接(链);
- (3) LLR 是连接的标注规则, 这里表示父子结点之间的因果关系, 用条件概率来表示;
- (4) q 表示学习者所设定的认知模型中的结点数量。

定义 7. 当设定认知模型中的结点数量为 m 时, B-P(K_i) 认知模型的生成如下:

(1) 计算 $P(K_i^m)=\max\{P(K_{i1}^m), P(K_{i2}^m), \dots, P(K_{it}^m)\}$ 值, 其中 $P(K_{i1}^m), P(K_{i2}^m), \dots, P(K_{it}^m)$ 分别为结点数量为 m 的每个“ K_i 结点集合”所组成的多个“ K_i 认知链”中结点集合联合概率分布^[6]值的和值, $P(K_i^m)$ 为这些和值中的最大值。求得 $P(K_i^m)$ 值的结点集合 $K_i^m=\{K_a, K_b, \dots, K_i\}$ 即是结点数量为 m 的“最佳 K_i 结点集合”。

(2) 分别求由结点集合 $K_i^m=\{K_a, K_b, \dots, K_i\}$ 组成的多个“ K_i 认知链”中结点集合的联合概率分布值并求其最大值, 取得最大值的“ K_i 认知链”即为结点数量为 m 的“最优 K_i 认知链”。即 $P(K_i^{m*})=\max\{P(K_i^{m1}), P(K_i^{m2}), \dots, P(K_i^{ms})\}$, 其中 $P(K_i^{m1}), P(K_i^{m2}), \dots, P(K_i^{ms})$ 分别为 $K_i^m=\{K_a, K_b, \dots, K_i\}$ 组成的多个(设为 s 个)“ K_i 认知链”中结点集合的联合概率分布值, $P(K_i^{m*})$ 为这些联合概率分布值的最大值。

同理, 结点数量不大于 m 的 B-P(K_i) 认知模型的生成是求结点数量不大于 m 的“最佳 K_i 结点集合”以及“最优 K_i 认知链”, 该认知模型的“最佳 K_i 结点集合”记为 K_i^0 , 即:

$P(K_i^0)=\max\{P(K_i^1), P(K_i^2), \dots, P(K_i^m)\}$, $P(K_i^{0*})=\max\{P(K_i^{01}), P(K_i^{02}), \dots, P(K_i^{0s})\}$, 其中 $K_i^1, K_i^2, \dots, K_i^m$ 分别表示结点数量为 1, 2, ..., m 的“最佳 K_i 结点集合”, $P(K_i^{01}), P(K_i^{02}), \dots, P(K_i^{0s})$ 分别为由结点集合 K_i^0 所组成的各“ K_i 认知链”中结点集合的联合概率分布值。

基于此, B-P(K_i) 认知模型具有以下特点:

(1) B-P(K_i) 认知模型所存在的认知结构中各学习轨迹是有向连通的。

(2) 因为结点之间可能存在信息的交互, 所以树形认知结构中“认知链”的长度可能大于结点的个数;

(3) B-P(K_i) 认知模型“ K_i 认知链”中的 K_i 必须是终结点;

B-P(K_i) 认知模型的生成步骤如下:

- (1) 确定需要获得知识的认知元素集合 $K=\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 以及学习的最终结点 K_i ;
- (2) 根据以往学习者学习轨迹的样本信息生成树形认知结构, 对树形认知结构中各结点之间的因果关系强度用条件概率来标注;
- (3) 给定认知模型中最多包含的结点数量 m 值, 求 $P(K_i^0)$ 及 $P(K_i^{0*})$ 值, 确定认知模型应该包含的结点集合 $K_i^0=\{K_a, K_b, \dots, K_i\}$ 。
- (4) 选取由结点集合 K_i^0 组成的各学习轨迹 (“认

知链”)中结点集合联合概率分布值的最大值,求得最大值的 学习轨迹即是学习者所要获取的认知模型,同时其它学习轨迹按照其联合概率分布值及其结构可以与这一认知模型融合或为学习者提供参考。

4 实验分析

目前 B-P 平台尚未搭建,本文通过模拟实验分析 B-P 认知模型的效率,实验分析目的是让一个计算机初学者通过认知学习最终能借助 ASP+SQL SERVER 来实现网络编程,学习者通过学习掌握相应技能的过程形成相应的认知结构,然后从认知结构中找到最能反映学习者学习轨迹的 B-P 认知模型。

实验过程中征求大量专业人员的意见,让专业人员列出认知学习应该包括的认知元素集合 $K=\{K_1, K_2, \dots, K_n\}=\{K_1, K_2, \dots, K_{10}\}=\{\text{计算机基础,数据结构及数据库,软件工程,网络及多媒体,VBscript 及 Jscript,SQL SERVER,ASP,专业外语,人工智能,信息检索}\}$,其中专家认为“人工智能”、“信息检索”两个元素与认知过程关联性不大,可以作为干扰元素充实到集合中去,以更有效地体现 B-P 认知模型的生成过程。实验通过调查一些软件开发公司的技术人员和部分山西财经大学信息管理学院教师共 200 人,让他们分别提供自己的认知轨迹,形成整体认知结构,其认知结构如图 2 的树形结构所示。

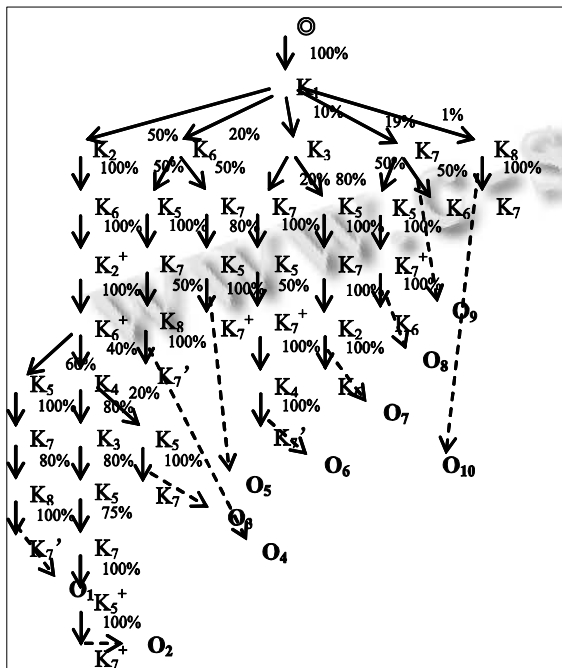


图 2 专家模拟认知过程结构图

在图 2 中学习者进行学习的第 m 个轨迹 (orbit) 记为 O_m , 起始结点 (start node) 记为“S”, 终结点 (terminal node) 记为“T”, 第 i 结点与第 i+1 结点之间的连接 (node link) 记为“L(i)”, 在第 m 个学习轨迹中访问第 i 个结点的人数 (number of people) 记为“ $NP_{i,m}$ ”, 访问第 i+1 个结点的人数 (number of people) 记为“ $NP_{i+1,m}$ ”, 通过结点 i 访问结点 i+1 的条件概率为 $P(K_{i+1}|K_i, O_m)=NP_{i+1,m} / NP_{i,m}$ 。

在本文的实验研究中,起始结点 $S=K_1$, 终结点 T 是 K_6+K_7 的集合, 则 B-P 认知模型的生成事实上是从包括 K_1, K_6, K_7 的学习轨迹中按要求查找“最佳 K_6+K_7 结点集合”以及“最优 K_6+K_7 认知链”, 因此不包括 K_6, K_7 结点的学习轨迹 O_6, O_{10} 将被删除, 在其他实例中也可以根据结点集合中结点数量设定结点集合联合概率分布值的最小值, 用以对学习轨迹进行筛选。

当 $n=3$ 时,

$$P(K_1, K_6, K_7) = P(K_1, K_6, K_7 | O_9) = P(K_6 | K_1, O_9)P(K_7 | K_6, O_9) + P(K_6 | K_1, O_5)P(K_7 | K_6, O_5) = 9.5\% + 2\% = 11.5\% ;$$

当 $n=4$ 时,

$$P(K_1, K_5, K_6, K_7) = P(K_1, K_5, K_6, K_7 | O_4) + P(K_1, K_5, K_6, K_7 | O_5) + P(K_1, K_5, K_6, K_7 | O_8) = 4\% + 8\% + 9.5\% = 21.5\% ;$$

当 $n=5$ 时,

$$P(K_1, K_2, K_5, K_6, K_7) = P(K_1, K_2, K_5, K_6, K_7 | O_1) = 6\% , P(K_1, K_5, K_6, K_7, K_8 | O_4) = 6\% ;$$

当 $n=6$ 时,

$$P(K_1, K_2, K_3, K_5, K_6, K_7, K_8) = P(K_1, K_2, K_3, K_5, K_6, K_7, K_8 | O_1) = 24\% , P(K_1, K_2, K_4, K_5, K_6, K_7 | O_3) = 4\% , P(K_1, K_2, K_3, K_5, K_6, K_7) = P(K_1, K_2, K_3, K_5, K_6, K_7 | O_7) = 8\% ;$$

当 $n=7$ 时,

$$P(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7) = P(K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7 | O_2) = 9.6\% .$$

根据图 2 以及计算结果可以看出, 当 $n=6$ 时, $P(K_1, K_2, K_3, K_5, K_6, K_7, K_8)$ 取得最大值, 同时 $P(K_1, K_5, K_6, K_7)$ 的取值与其相近, 对其轨迹进行分析可以得知, K_2 成为 K_6 的互信息, K_5 成为 K_7 的父信息, K_8 成为 K_7 的补充信息。

其于以上分析, 模拟实验 B-P 认知模型的元素集合为 $(K_6+K_7)0=\{K_1, K_2, K_5, K_6, K_7, K_8\}$, 其认知轨迹为: $K_1 K_2 K_6 K_5 K_7 K_8$ 。此轨迹可以这样解释: 大多数专家认为在借助 ASP+SQL SERVER 来实现网络编程的时候, 学习 SQL SERVER 的时候需要不断补充数据结构及数

数据库方面的知识,学习 ASP 语言以前需要学习 Vbscript 及 Jscript 方面的知识,同时需要通过专业外语翻译相应的专业术语。

从模拟实验可以看出, B-P 认知模型是有效的和可行的,该模型是一个统计分析模型,随着样本信息的更新,此模型的结果会呈动态变化。

与其他的认知模型相比, B-P 认知模型可以从以往学习者杂乱的学习路径中按当前学习者的学习要求挖掘出最适合学习者的学习轨迹,这样的学习轨迹可以剔除以往学习者无效的学习步骤,极大地提高学习者的学习效率。 B-P 认知模型的不足之处是模型生成效果受以往学习者信息量大小的制约,当以往学习者信息量较小时其模型生成效果较差。

5 总结

本文针对目前学习者从固定认知结构获得认知模型的局限性,就认知元素固定而认知模型不固定的学习行为,借助贝叶斯推理和 PFNET 理论提出了学习者通过统计其他学习者学习轨迹的样本信息生成自己需要的 B-P 认知模型,以指导自己的学习。本文对该

认知模型的研究尚处在初级阶段,相应的实验平台未搭建成功,本人在今后将继续这方面的工作。本文的研究具有一定的特色,其研究对同类其他研究具有一定的借鉴指导意义。

参考文献

- 1 王新鹏.认知模型研究综述.计算机工程与设计,2007,28(16):4009-4011.
- 2 李锐,凌云翔,老松杨.基于双手交互的指挥空间响应模型.计算机工程,2008,7,34(14):274-276.
- 3 张淑军,班晓娟,陈勇,等.基于记忆的人工鱼认知模型.计算机工程,2007,33(19):33-35,38.
- 4 百度百科.[2011-07-10].http://baike.baidu.com/view/1797692.htm.
- 5 Schvaneveldt RW. Pathfinder Associative Networks Studies in Knowledge Organization. Norwood: ABLEX Publishing Corporation. 1989.1-20.
- 6 Ricardo BY, Berthier RN.王知津,贾福新,郑红军译.现代信息检索.北京:机械工业出版社,2004.34-35.

(上接第 134 页)

参考文献

- 1 于少山,卡米力,毛依丁.基于 XML 的即时通信系统的研究与实现.重庆邮电大学学报,2007,(6):59-61.
- 2 郭阳勇.企业即时通信软件的设计与实现.电脑编程技巧与维护,2010,(24):85-86.
- 3 陈立浩.基于 B/S 和 C/S 的即时通信系统.计算机工程,2009,35(15):270-271.
- 4 宁国强,李谢华,尹张飞.一种安全的即时通信解决方案.计算机工程与应用,2007,47(3):82-83.
- 5 莫佳.XPath 在 XML 查询中的应用.重庆三峡学院学报,2008,24(3):51-53.
- 6 Nagel C, Evjen B, Glynn J. C#高级编程.第 6 版.北京:清华大学出版社,2008.854-862.
- 7 刘必广.C#私有构造函数在设计模式中的应用.长春师范学院学报(自然科学版),2009,28(3):66-69.
- 8 Evjen B, Hanselman S, Rader D. ASP.NET 3.5 高级编程.第 5 版.北京:清华大学出版社,2008.849-881.