混合 PSO 在最小均方误差调节器中的应用①

吴华丽，吴进华，柳爱利

(海军航空工程学院 控制工程系，烟台 264001)

摘 要：利用最小均方误差调节器来改善有限拍系统是一种常用的方法，而调节器参数的选择是非常重要的。本文在确定最小均方误差调节器的过程中设计基于模拟退火的粒子群算法对参数进行了优化，并对一具体系统进行了仿真。结果表明，混合粒子群算法比单独使用粒子群算法和模拟退火算法的效果要好，同相关文献确定参数方法相比，系统的超调量和调节时间都得到了明显的改善，验证了所提算法的有效性。

关键词：最小均方误差；参数选择；粒子群算法；模拟退火；优化

Application of Hybrid PSO to Least Mean Square Error Regulator

WU Hua-Li, WU Jin-Hua, LIU Ai-Li

(Department of Control engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: The least mean square error regulator is adopted to improve performance of the dead beat control system as one method in common use, while selection of the regulator parameter is very important. This paper designs the particle swarm optimization algorithm based on simulated annealing to optimizing parameter in the course of defining the least mean square error regulator, which is used in simulating the concrete system. The results show that Hybrid PSO can get better optimization effect than SA or PSO single used, compared with the method of determining parameters in the relevant literature,while the overshoot and settling time of the system are improved obviously, which validates the effectiveness of the algorithm put forward.

Key words: least mean square error; parameter selection; particle swarm optimization; simulated annealing: optimization

有限拍系统的设计是以调节时间作为唯一的性能指标。当系统的输入信号改变时，系统的性能指标有可能变坏，为了使有限拍系统的性能满足实际需要，可以对有限拍设计作一些改进，比较常用的就是设计最小均方误差调节器来改善系统的过渡过程。最小均方误差设计使用的性能指标是误差的平方和最小，即寻求最优值问题。本文引入粒子群算法(Partical Swarm Optimization -PSO)对此进行优化，考虑到 PSO 的局部搜索能力弱，易出现早熟现象，本文将模拟退火思想引入 PSO 算法，互相取长补短，设计基于模拟退火的粒子群算法，并将其应用于最小均方误差调节器的参数选择中，结果表明了算法的有效性。

1 最小均方误差调节器的设计

最小均方误差设计是一种工程设计的方法，在有限拍设计的基础上，引入一个或几个极点，以改善过渡过程。

最小均方误差设计的性能指标不能只是调节时间最短，必须使用综合性积分指标。这里采用的是误差的平方和最小，即:

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}\left[e(kT)\right]^2$$

最小，$E(z)$ 设是误差 $e(kT)$ 的 Z 变换，$e(kT)$ 则是 $E(z)$ 的 Z 反变换，则

$$\boxed{e(kT)=\frac{1}{2\pi j}\int_c E(z)z^{k-1}dz}$$

① 基金项目:安徽省教育厅自然科学基金(2005KJ004ZD)
收稿时间:2011-08-05;收到修改稿时间:2011-10-01

其中，c 表示 Z 在平面上绕过单位圆内的奇异点，沿着单位圆进行的积分回路，所以:

$$\boxed{\begin{aligned} J &= \sum_{k=0}^{\infty}\left[e(kT)\right]^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\infty}\left[e(kT)\right]\left[\frac{1}{2\pi j}\int_c E(z)z^{k-1}dz\right] \\ &= \frac{1}{2\pi j}\int_c E(z)z^{k-1}\left[\sum_{k=0}^{\infty}e(kT)z^k\right]dz \end{aligned}}$$

而

$$E(z)=\sum_{k=0}^{\infty}e(kT)z^{-k}$$

用 z^{-1} 代替 z，可得

$$E(z^{-1})=\sum_{k=0}^{\infty}e(kT)z^{k}$$

则

$$\boxed{J=\sum_{k=0}^{\infty}\left[e(kT)\right]^2=\frac{1}{2\pi j}\int_c E(z)E(z^{-1})z^{-1}dz} \tag{1}$$

通常，引入一个极点 $z=\alpha, |\alpha|<1$，以保证系统稳定。

$$G_c'(z)=G_c(z)/(1-\alpha z^{-1})$$
$$G_e'(z)=G_e(z)/(1-\alpha z^{-1})$$

当 α 改变时，系统的输出波形，调节时间，超调量，稳态误差都会发生变化，因此系统的性能 J 是 α 的函数，即 $J=f(\alpha)$，对于不同的输入形式有不同的对应关系，例如对于阶跃输入 $J_s=f_s(\alpha)$，对于速度输入 $J_r=f_r(\alpha)$，希望跟踪系统对两种不同输入的性能指标 J_s 和 J_r 都比较小，此时的 α 就是所要求的最小均方误差设计的 α 值。

2 粒子群算法

粒子群算法是 1995 年由 Eberhart 博士和 kennedy 博士共同提出的一种优化算法[1]。PSO 算法通过个体间的协作与竞争，实现复杂空间中最优解的搜索。它属于群智能算法的一种，和遗传算法相似，它也是从随机解出发，通过迭代寻找最优解，通过适应度来评价解的品质。但是粒子群算法比遗传算法规则更为简单，它没有遗传算法的“交叉”和“变异”操作，它通过追随当前搜索到的最优值来寻找全局最优。这种算法以其实现容易、精度高等优点引起了学术界的重视，并且在解决实际问题中展示了其优越性[2]。

按追随当前最优粒子的原理，粒子 x_i 将按式(2)更新速度和位置。

$$\begin{cases} v_{id}=w\times v_{id}+c_1r_1\times\left(P_{id}-x_{id}\right)+c_2r_2\times\left(P_{gd}-x_{id}\right) \\ x_{id}=x_{id}+v_{id} \end{cases} \tag{2}$$

其中，v_{id} 为粒子 i 飞行速度矢量的第 d 维分量；x_{id} 为粒子 i 位置矢量的第 d 维分量；P_{id} 为粒子 i 位置矢量的第 d 维分量所经历的最好位置；P_{gd} 表示目前粒子群在解空间中所经历的最好位置的第 d 维分量；r_1，r_2 是介于[0，1]之间的随机数；c_1，c_2 是加速度系数，一般取 $c_1=c_2=2$；w 是惯性权因子。文献[3]的研究表明，惯性权值 w 对算法的收敛性能具有决定性的影响。

目前，采用较多的惯性权值是线性递减权值(Linearly Decreasing Weight)策略[4, 5]，但是这种方法没有充分利用目标函数所提供的其他信息，使得搜索方向的启发性不强，本文采用了动态改变惯性权值的方法[6]，设

$$w=e^{-k}$$

$$k=\frac{f_g(n)}{f_g(n-1)} \quad n=1,2,\cdots \tag{3}$$

其中，$f_g(n)$ 表示种群在第 n 代的最优适应值，$f_g(n-1)$ 表示种群在第 $n-1$ 代的最优适应值，因此 k 可以理解为相邻两代的最优适应值的比较率。

这样，每次迭代时 w 都根据所得最优适应值进行变化，充分利用了目标函数的信息，使搜索方向的启发性增强，同时也避免了标准 PSO 中预测最大迭代次数的工作。

3 混合粒子群算法设计

混合粒子群算法是模拟退火算法与基本 PSO 算法相结合的一种优化算法。对按基本 PSO 算法迭代产生的新微粒进行模拟退火操作，这样有利于保持解的多样性。

模拟退火算法来源于固体退火原理，给定初始温度 T_0，伴随温度的逐渐下降，不断产生新的状态，以一定概率接受或舍弃新状态，最终固体内粒子渐趋有序，达到平衡态。这种以概率接受新解的特性可以有效避免搜索陷入局部极值，S 大大改善基本 PSO 算法的搜索性能。

基于退火策略的 PSO 算法的基本流程如下：

1) 随机初始化粒子群中粒子的位置。

2) 设初始温度 $t_0 = f_{max} - f_{min}$， f_{max} 和 f_{min} 分别是初始群体的最大、最小适应度 。

3) 将粒子的 $pBest$ 设置为当前位置，$gBest$ 设置为粒子群中最佳粒子的位置。

4) 判断算法收敛准则是否满足。如果满足，转向 12)；否则，执行下一步。

5) 根据式（2）更新粒子的位置与速度。

6) 如果粒子适应度优于 $pBest$ 的适应度， $pBest$ 设为当前位置；否则，执行下一步。

7) 如果粒子适应度优于 $gBest$ 的适应度， $gBest$ 设为当前位置；否则，执行下一步。

8) 为粒子随机产生一个新位置，并计算新旧位置的适应度之差 ΔC 。

9) 如果 $\Delta C < 0$，粒子进入新位置；否则，执行下一步。

10) 产生 (0， 1) 之间的随机数 r ，如果 $r < min\left[1,\ \ exp\left(-\Delta C / t\right)\right]$，粒子进入新位置，并再次执行 6)、7)两个步骤。

11) 退温操作： $t = 0.95*t$ 。

12) 判断算法收敛准则是否满足。如果满足，执行 13)；否则转向 5)。

13) 输出 $gBest$ ，算法运行结束。

4 混合PSO在最小均方误差调节器参数选择中的应用

某最小均方误差系统，被控对象 $G(s) = \dfrac{10}{s(s+1)(0.05s+1)}$，采用零阶保持器，采样周期 $T = 0.2s$，设计最小均方误差调节器[7]。

广义对象的 Z 传递函数

$$HG(z) = \frac{0.76z^{-1}(1+0.045z^{-1})(1+1.14z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.135z^{-1})(1-0.0183z^{-1})}$$

当按单位速度输入设计时，选择

$$G_c'(z) = \frac{z^{-1}(1+1.14z^{-1})(a_0+a_1z^{-1})}{1-\alpha z^{-1}}$$

$$G_e'(z) = \frac{(1-z^{-1})^2(1+b_1z^{-1})}{1-\alpha z^{-1}}$$

而 $G_c'(z) = 1 - G_e'(z)$，可得

$$b_1 = 0.816 - 0.284\alpha$$
$$a_0 = 1.184 - 0.716\alpha$$
$$a_1 = -0.716 + 0.249\alpha$$

为了得到确切的解，需要引用式(1)，即均方误差最小的条件。因为

$$E(z) = G_e'(z)R(z) = \frac{Tz^{-1}(1+b_1z^{-1})}{1-\alpha z^{-1}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} J_r &= \sum_{k=0}^{\infty}[e(kT)]^2 \\ &= \frac{T^2}{2\pi j}\int_c \frac{(1+b_1z^{-1})(1+b_1z)}{z(1-\alpha z^{-1})(1-\alpha z)}dz \\ &= T^2\frac{1+2ab_1+b_1^2}{1-\alpha^2} \\ &\approx T^2\frac{1.666(1-0.298\alpha)}{1-\alpha} \end{aligned}}$$

当系统输入为阶跃信号时

$$E(z) = G_e'(z)R(z) = \frac{(1-z^{-1})(1+b_1z^{-1})}{1-\alpha z^{-1}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} J_s &= \sum_{k=0}^{\infty}[e(kT)]^2 \\ &= \frac{1}{2\pi j}\int_c \frac{(1-z)^2(z+b_1)(1+b_1z)}{z^2(z-\alpha)(\alpha z-1)}dz \\ &= \frac{1.7+1.27\alpha-0.41\alpha^2}{1+\alpha} \end{aligned}}$$

问题转换为求

$$\begin{aligned} J &= J_r + J_s \\ &= T^2\frac{1.666(1-0.298\alpha)}{1-\alpha} + \frac{1.7+1.27\alpha-0.41\alpha^2}{1+\alpha} \end{aligned}$$

的最优值。

应用混合 PSO 算法对问题进行优化，取 $T = 0.2s$， $-1 \le \alpha \le 1$， $x_{\max} = v_{\max} = 100$，迭代次数取为 50 代，粒子数取为 30，函数的全局最优值 $f(x^*) = 1.5789$， $\alpha = 0.6651$，较好的适应值的仿真曲线见图 1。

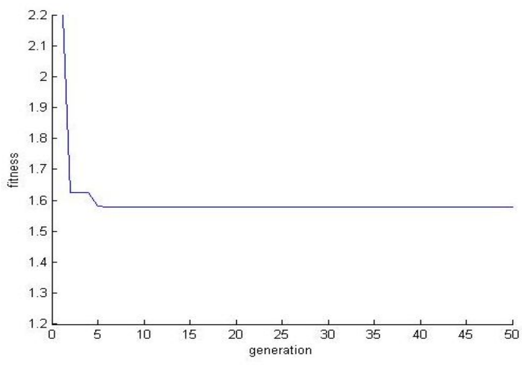

图 1　适应值变化曲线

将模拟退火算法引入 PSO 中，粒子可能进入比当前位置要差的其他位置。如果粒子当前位置正好就是一个局部最优点，那么该粒子就跳出了局部最优，能够有效避免粒子群算法的早熟现象。对几种算法进行了 30 次试验，发现基于模拟退火的 PSO 收敛速度很快，而且得到全局最优的次数多，比单独使用 PSO 算法和模拟退火算法的性能改善了很多。几种算法的比较见表 1。

表1 各种算法的比较

	收敛率	平均最优值	平均进化代数
PSO	75%	1.7835	23
SA	46%	1.9903	37
Hybrid PSO	88%	1.6126	11

则

$$b_1 = 0.63$$
$$a_0 = 0.7$$
$$a_1 = -0.55$$

$$G_c'(z) = \frac{z^{-1}(1+1.14z^{-1})(0.7-0.55z^{-1})}{1-0.6651z^{-1}}$$

$$G_e'(z) = \frac{(1-z^{-1})^2(1+0.63z^{-1})}{1-0.6651z^{-1}}$$

最小均方误差调节器为

$$D(z) = \frac{G_c'(z)}{G_e'(z)HG(z)}$$

$$= \frac{0.921(1-0.785z^{-1})(1-0.135z^{-1})(1-0.0183z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+0.63z^{-1})(1+0.045z^{-1})}$$

文献[1]给出了一种方法，确定出较合适的$\alpha = 0.02$，得到的阶跃响应曲线如图 2，

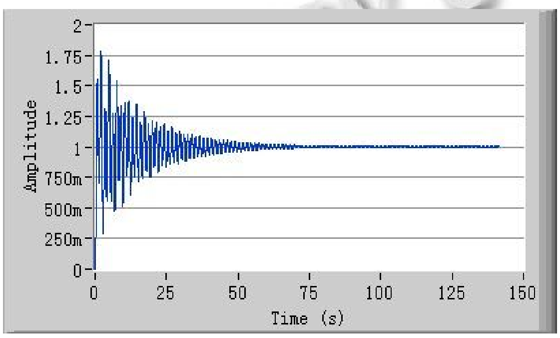

图 2 阶跃响应曲线($\alpha = 0.02$)

本文利用基于模拟退火的粒子群算法确定出的参数$\alpha = 0.6651$，对应的阶跃响应曲线如图 3 所示。

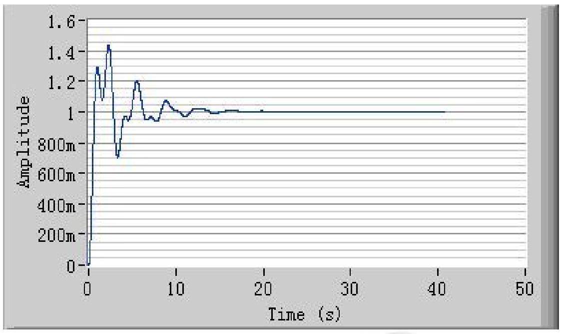

图 3 阶跃响应曲线($\alpha = 0.6651$)

从图中可以看出，当$\alpha = 0.6651$时，系统的超调量和调节时间都改善了很多，说明了方法的有效性。

5 结语

利用最小均方误差调节器来改善有限拍系统是一种常用的方法，而其参数的选择是关键的一环，本文采用基于模拟退火的粒子群算法对参数进行了优化，得到了较好的效果。粒子群算法近年来发展很快，但其数学基础比较薄弱，缺乏深刻且具有普遍意义的理论分析，这也是今后需要研究的一个重要方向[8]。

参考文献

1 Kennedy J, Eberhart RC. Particle swarm optimization. Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995.1942–1948.

2 张丽平,俞欢军,陈德钊.粒子群算法的分析与改进.信息与控制,2004,(33):515–516.

3 于广滨,李瑰贤,金向阳,白彦伟.改进的粒子群动态过程神经网络及其应用.吉林大学学报,2008,9:1141–1144.

4 Shi Y, Eberhart RC. A modified particle swarm optimizer. Proc. of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1998. 303–308.

5 Shi Y, Eberhart RC. Empirical study of particle swarm optimization. Proc. of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1999. 1945–1950.

6 吴华丽,吴进华,汪秀莉.基于动态改变惯性权重的粒子群算法研究.国外电子测量技术,2008,10:6–8.

7 何克忠,李伟.计算机控制系统.北京:清华大学出版社,1998.135–137.

8 谢晓锋,张文俊,杨之廉.微粒群算法综述.Control and Decision, 2003,(2):16–20.