

# 课表模型及排课算法应用<sup>①</sup>

陶 滔<sup>1</sup>, 谢卫星<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(苏州科技学院 电子与信息工程系, 苏州 251011)

<sup>2</sup>(南华大学 计算机科学与技术学院, 衡阳 421001)

**摘 要:** 针对排课过程中出现的关于教师、时间、教室和教学班级之间的多维冲突, 通过对冲突的复杂度削弱研究, 建立起课表的数学模型并提出了高校综合课表编排算法; 同时依据此算法可以对学校的教学资源的可用度进行评估, 为高校的管理提供了科学的决策依据。

**关键词:** 课表; 课头; 排课; 冲突

## Curriculum Model and Its Application to Algorithm Curriculum Schedule

TAO Tao<sup>1</sup>, XIE Wei-Xing<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(School of Electronic & Infomation, Suzhou University Science & Technology, Suzhou 251011, China)

<sup>2</sup>(Department of Computer Science and Technology, Nanhua University, Hengyang 421001, China)

**Abstract:** This paper aims at the multidimensional conflict with the Teacher, Time, Classroom and Class in the curriculum schedule. Through weakening and studying the complexities of the conflicts, it gives curriculum model and the algorithm of curriculum schedule in university, and can assess education resource in university according to the algorithm, offers the decision-making for management of the university theoretically.

**Keywords:** schedule; curriculum; curriculum schedule; clash

### 1 问题的提出

60 年代末, 国外就有人开始研究课表编排问题。1962 年, Gotlieb 曾提出了一个课表问题的数学模型<sup>[1,2,4]</sup>, 之后人们对课表问题的算法、解的存在性问题做了很多深入探讨。但是大多数文献所用的数学模型都是 Gotlieb 的数学模型<sup>[3][6]</sup>的简化或补充, 而至今还没有一个可行的算法来解决课表问题。

40 年来人们对课表问题的计算机解法做了许多尝试。其中课表编排的整数规划模型将问题归结为求一组 0-1 变量的解, 但是其计算量非常大。解决 0-1 线性优化问题的分支一定界技术却只适用也规模较小的课表编排, Mihoc 和 Balas 将课表公式化为一个优化问题, Krawczk 则提出一种线性编程的方法。Junginger 将课表问题简化为三维运输问题, 而 Tripathy 则把课表问题视作整数线性编程问题并提出了课表的数学模型<sup>[1-10]</sup>。

此外, 有些文献试图从图论的角度来求解排课表的问题, 但是图的染色问题也是 NP 完全问题, 只有在极为简单的情况下才可以将课表编排转化为二部图匹配问题, 这样的数学模型与实际相差太远, 所以对于大多数学校的课表编排问题来说没有实用价值。

目前, 解决课表的方法有: 模拟手工排课法, 图论方法, 拉格朗日法, 二次分配法等多种方法。由于课表约束复杂, 用数学方法进行描述时往往导致问题规模剧烈增大, 这已经成为应用数学编程解决课表问题的巨大障碍。

从实际使用的情况来看, 国内外研制开发的这些软件系统在实用性上仍不尽如人意。一方面是作为一个复杂的系统, 排课要面面俱到是一件困难的事; 另一方面每个学校由于其各自的特殊性, 自动排课软件很难普遍实用, 特别是在调度的过程中一个很小的变动, 要引起全部课程的大调整, 这意味着全校课程大

<sup>①</sup> 收稿时间:2010-06-03;收到修改稿时间:2010-07-12

变动，在实际的应用中这是很难实现的事情。

## 2 课表问题的数学模型

### 2.1 排课过程中的矛盾与冲突概述

对于排课过程中安排的任一门课程必须和所有已排课程没有冲突；但是每门课程都和任课教师、上课时间、上课教室和课头密切相关，不可避免的会出现排课冲突，而且这些冲突非常复杂。比如排课过程中会出现同一个教师在同一个时间在相同的教师给不同的班级上课，这显然是不合理的，出现了冲突，在排课的过程中必须要避免，所以对于综合性大学的统一课表编排工作一直是一个棘手的问题。

### 2.2 课表模型的建立

定义 1. 给定一个四维空间  $V(\text{Teacher, Time, Classroom, class})$ ，称之为：课表空间。

四维分别代表了：

教师：全校所有课程的任课教师；

时间：上课的时间段，例如：每天分为 1-2、3-4、5-6、7-8、9-10，共五个时间段，每周就会有 25 个时间段；

教室：全校所有的可用教室，包括不同属性的教室；

课头：所有的课头数量。课头是指：一个教学班级在一周内上的一次具体的课程。

定义 2. 在课表  $V$  中存在着四维向量  $l(T_r, T_m, R, C)$ ，且  $l \in V$ ，那么称  $l$  为：课。

### 2.3 排课过程冲突产生的状态

由课表编排的指导思想可以看出，冲突条件的判断成为算法的一个关键因素，下表穷举出了  $l_i(T_r, T_m, R, C)$  与  $l_j(T_r, T_m, R, C)$  在排课过程中的所有关系情况：

RC				
$T_r, T_m$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	0
10	1	0	0	1

图 1 冲突卡诺图

表 1 排课过程中的矛盾冲突

状态	教师	时间	教室	课头	冲突情况
	$T_r$	$T_m$	R	C	
	0: 相同, 1: 不同				0: 不冲突 1: 冲突
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	1	0
7	0	1	1	0	0
8	0	1	1	1	0
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	1
12	1	0	1	1	0
13	1	1	0	0	0
14	1	1	0	1	0
15	1	1	1	0	0
16	1	1	1	1	0

产生冲突的状态为：

$$f(T_r, T_m, R, C) = T_m T_r \bar{C} + T_m \bar{T}_r R + T_m \bar{R} C \quad (1)$$

即满足表 1 中冲突情况为 1 的那六种状况的函数，

根据对式(1)的分析；课  $l_i(t_r, t_m, r, c)$  在课表空间中由此而产生的冲突区域有三个分别是：

$$S_a = \{(T_r, T_m, R, C) \mid T_m = t_m \wedge T_r = t_r \wedge C \neq c\}$$

$$S_b = \{(T_r, T_m, R, C) \mid T_m = t_m \wedge R = r \wedge T_r \neq t_r\}$$

$$S_c = \{(T_r, T_m, R, C) \mid T_m = t_m \wedge C = c \wedge R \neq r\}$$

设： $S_d = (t_r, t_m, r, c)$

那么这节课所占的总的区域为：

$$S = S_a + S_b + S_c + S_d \quad (2)$$

从表面上看排课过程中排一个课只占用课表空间中的一个具体的点，而实际上是占用了很大的区域  $S(T_r, T_m, R, C)$ 。在排下一个课的时候要将课表空间中的这个区域去掉，不然在这里排课肯定会产生冲突；显而易见这四个区域都是独立不相交的。

任意两无冲突的课  $l_i(t_{ri}, t_{mi}, r_i, c_i)$  与  $l_j(t_{rj}, t_{mj}, r_j, c_j)$  所占的区域  $S_i, S_j, i \neq j$ ，假设：  
 $\exists (t'_r, t'_m, r', c') ((t'_r, t'_m, r', c') \in S_i \wedge S_j)$  (3)

对于点  $(t'_r, t'_m, r', c') \in S_j$  无外乎落在  $S_i$  的四个区域  $S_a, S_b, S_c, S_d$  中的一个，但不管落在哪里都说明这两个课是冲突的，与前提条件矛盾。也就是说

不存在满足(3)这样条件的点。

$$\text{即 } S_i \wedge S_j = \phi, \text{ 那么就有 } S_j \subset V - S_i \quad (4)$$

### 2.4 课表编排算法

根据式(2)和(4)可以设计出课表编排算法, 设初始状态为在课表空间  $V$ , 所有课集合为  $U$ ;

```
Do { int i=1;
    在课表空间 V 中排入课  $l_i(t_r, t_m, r, c)$ ;
     $V = V - S_i$ ; ; i++;
    If (  $V = \phi$  ) 教学资源不足;
     $U = U - l_i$ ;
} While (  $U \neq \phi$  )
```

算法时间主要消耗在区域  $S(T_r, T_m, R, C)$  的搜寻上, 复杂度为:  $(T_r + R) C^2 + T_r RC$ , 其复杂度对于算法的实现而言是完全可以接受的。

## 3 模型的应用

### 3.1 教师与教室的关系

对于给定一个课表空间  $V(T_r, T_m, R, C)$ , 定义各维的参量  $V(y, t, x, c)$

根据式(3)一个已排好的课表存在以下教室与教师之间的关系:

$$c[x(c-1) + c(y-1) + y(x-1) + 1] \leq tyxc$$

也就是已排课表的体积肯定会小于或等于课表总空间。对上式简化可得:

$$y \geq \frac{(c-1)x - c + 1}{(t-1)x - c + 1}$$

### 3.2 教师、教室和课头的关系实例

针对与本校的实际情况, 课头数量为 2700, 每周有 25 个上课时间段, 教师的数量为 600, 有 200 间教室, 由式(5)可以得到下面图 2 教室与教师的关系曲线, 同理可以得到图 3、图 4 的关系曲线图。

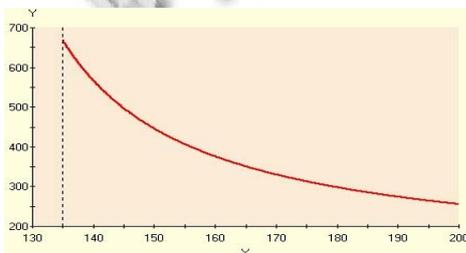


图 2 教室与教师的关系曲线图

根据上图在本校目前的教学任务条件下, 比较

理想的资源配置情况是完成现有的 2700 个课头的教学任务, 600 名专职教师需要 140 间教室, 在实际运行中是很难达到的, 那么放宽条件在目前的情况下, 结合以往手工排课的经验, 160 间教室是可以达到目标的。这样为学校的教学管理提供了决策的理论依据。

## 4 课表的优化与存在的问题

按上述算法得到的课表  $V$  是一个有效的和可行的课表, 但它是不是一个合理的课表呢? 每个教师和学生都希望相对有规律和合理的课表, 打个比方像英语课安排在每周周一的一、二节与周四的一、二节, 这个安排大家都会满意, 但如果把四节英语课都安排在每周周一的一到四节, 或者每周上课的时间地点都不相同, 肯定没有教师和学生会对这个课表满意。

再者对于一个问题的优化必须有优化的标准, 而课表优化是以教师和学生的满意度作为指标的, 没有一个客观的标准, 所以对于已排课表  $V$  的优化无法得到一个最优结果, 只能给出比较满意的课表。一般采取的办法是将课头按优先级的顺序排序, 然后再按这个顺序去排课; 优先级的规定各个学校处理的方式不同, 可以按照各自的要求予以定义。

在排课的过程中还有许多细节问题需要考虑到, 比如: 不同教室(比如语音教室、多媒体教室等)应该按教室的属性分别进行排课; 合班课与分班课的问题, 可以把合班的班级看成是一个教学班, 而把分班的班级看成是多个班级而已, 这个问题比较好解决; 而有些排课过程中的实际问题解决起来就比较麻烦, 许多综合性高校有多个校区, 而且这些校区相距比较远, 那么就不能安排教师或学生在 1-2 节课时在一个校区上课, 而 3-4 节课却要赶到另一个校区去上课, 这显然是不合理的, 在排课的过程中就必须考虑到教室间的物理距离问题。不过这样使排课的过程更加复杂了, 折中的办法是不同的校区可以分开来排课。

课表模型可以为各个高校的管理者和决策者提供

科学的决策依据,在宏观上确定当前教学资源量是否合理,到底是有富裕还是短缺。可以得出专业教师、教室的数量和不同教室类型(比如语音教室、多媒体教室等)的配置是否合理。

### 参考文献

- 1 Grigorios NB, Charalampos NM, Georgios PK, et al. Applying evolutionary computation to the school timetabling problem: the Greek case. *Computers & Operations Research*, 2008,35:1265.
- 2 Pongcharoen P, Promtet W, Yenradee P, et al. Stochastic optimisation timetabling tool for university course scheduling. *International Journal of Production Economics*, 2008,112 (2): 903.
- 3 Feinerer I, Salzer G. A comparison of tools for teaching formal software verification. *Formal Aspects of Computing*, 2008. [doi: 10.1007/s00165-008-0084-5]
- 4 Salem M, Yakoob A, Hanif DS. A mixed-integer programming approach to a class timetabling problem: a case study with gender policies and traffic considerations. *European Journal of Operational Research*, 2007,180:1028.
- 5 Chiarandini M, Birattari M, Socha K, et al. An effective hybrid algorithm for university coursetimetabling. *Journal of Scheduling*, 2006,9(5):403.
- 6 He YL, Hui SC, Ming E, Lai K. Automatic timetabling using artificial immune system. *AAIM*, 2005, 3521:55.
- 7 Papoutsis K, Valouxis C and Housos E. A column generation approach for the timetabling problem of Greek high schools. *The Operational Research Society*, 2003,54:230-238.
- 8 Ozcan E, Alkan A. Timetabling using a Steady State Genetic Algorithm. *Proc. of the 4th PATAT*. 2002. 104-107.
- 9 Hertz A. Finding a feasible course schedule using tabu search. *Discrete Applied Mathematics*, 1992,35:255-270.
- 10 Feldman R, Golumbic MC. Optimization algorithms for student scheduling via constraint satisfiability. *Computer Journal*, 1990,33:356-364.
- 11 王祐民.排课表中的分组优化决策算法.控制与决策, 1999,3.
- 12 陶滔,李赫男,熊正为.多维冲突在排课算法中的应用.华东地质学院学报,2001,4.
- 13 张春梅,行飞.用自适应的遗传算法求解大学课表安排问题.内蒙古大学学报(自然科学版),2002,4.
- 14 高怀雁,梁志宏,孙兴平.学分制下以课程为中心的计算机排课系统设计.计算机工程与应用, 2005,(31):221-223.
- 15 李莉,尉健慧,汤蓉华.网络智能排课系统.天津师范大学学报(自然科学版),2005,25(3):54-56.
- 16 李勤丰.最大独立集在高校排课表系统中的应用.广西科学院学报,2006,22(4):339.
- 17 袁宏武,薛模根,姚翎,等.基于规则的个性化课表生成算法.计算机工程,2006,32(4):194.
- 19 王伟,余利华.基于贪心法和禁忌搜索的实用高校排课系统.计算机应用,2007,11:2873-2876.
- 20 张绍贤,朱锦佳.数字逻辑.北京:国防科技大学出版社, 1986.98-102.