

D-S 证据理论在决策支持系统中的应用^①

刘晓光 胡学钢 (合肥工业大学 计算机与信息学院 安徽合肥 230009)

摘要: D-S 证据理论提供了一种解决多数据源不确定信息推理和融合的有效方法。证据理论能够对各自独立的证据加以综合给出一致性结果,并能处理具有模糊和不确定信息的合成问题,最终达到信息互补。与其他推理方法相比更符合人类思维决策过程。为此,提出一种基于 D-S 证据理论的灾害决策支持方法,并根据试验结果验证了该方法的有效性和可行性。

关键词: D-S 证据理论; 数据融合; 不确定性; 决策支持系统

Application of D-S Evidence Theory to DSS

LIU Xiao-Guang, HU Xue-Gang

(School of computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: The D-S evidence theory, which provides a method of efficiently solving uncertain information reasoning and integration of the multiple data source, can synthesize independent evidence and give consistent results. In addition, it also deals with synthesis problems of fuzzy and uncertain information in order to achieve complementary information. Compared with other reasoning methods, this evidence theory is much more similar to the decision process of human-beings. Therefore, in this paper, a disaster decision method based on DS evidence theory, has been proposed, and its effectiveness and feasibility have also been proved, according to the experimental results.

Keywords: D-S evidence theory; data fusion; uncertainty; DSS

证据理论源于 20 世纪 60 年代,首先由美国哈佛大学数学家 A. P. Dempster^[1,2]提出,旨在利用上、下限概率来解决多值映射问题方面的研究。Dempster 的学生 G. Shafer^[3]对证据理论做了进一步的发展,引入信任函数概念,形成了一套基于“证据”和“组合”来处理不确定性推理问题的数学方法。

1 引言

1.1 据理论推理的优势

对于不确定性决策推理来说,基本理论基础包括基于 CF 可信度,基于模糊隶属度函数,基于 Bayes 概率理论等等。然而以上理论基础均有其自身的局限:CF 可信度理论成型时间较早,其主要重点在于 CF 值

的传递和融合,且目前鲜有最新的进展;复杂的模糊隶属度函数一般来说需要用样条函数、傅里叶级数或泰勒级数来逼近,本身包含的数学模型庞大且可行性未知;Bayes 概率理论要求有先验概率,并且要满足概率可加性条件。相比较而言,证据理论具有如下优势:

(1)证据理论满足比 Bayes 概率理论更弱的条件,先验数据具有直观和易获得的特点,而且不必满足概率可加性。

(2)证据理论具有直接表达“不确定”和“不知道”的能力,这些信息表示在 mass 函数中,并在证据合成过程中保留了这些信息。

(3)证据理论不但允许人们将信度值赋予假设空

^① 基金项目:国家自然科学基金 (60975034);安徽省自然科学基金 (090412044)

收稿时间:2010-02-26;收到修改稿时间:2010-04-06

间的某个元素，而且也可以赋予它的子集，形成类似于人类抽象思维上逐级收集的过程。

(4)证据理论 Dempster 合成公式可以综合不同专家或不同来源的的知识或数据，使得证据理论不但可以做决策，还可以进行信息融合。应用范围更广。

1.2 据理论的完善和扩展

证据理论自提出以来，其理论基础不断在完善^[4]，同时也在不断扩展与粗糙集、Bayes、模糊集等其他处理不确定性理论的关系，如 Smets^[5]等人将信任函数推广到识别框架的所有模糊子集上，提出 Pignistic 概率和可传递信度模型； Voorbraak^[6]提出一种 Dempster 证据合成公式的 Bayes 近似方法，使得焦点个数小于等于识别框架中元素的个数；Yen^[7]等人将模糊集引入证据理论；苏运霖、管纪文^[8]对证据理论与粗糙集理论进行了比较研究。胡昌华等人^[9]利用 pignistic 变换对 D-S 算法的改进等。

本文基于证据理论基本概率分配的基本思路，由已知的识别空间上的分配和专家经验规则，推理出所求的识别空间上的基本概率分配情况。同时，在不同情况下，推理会有相对独立的几个不同的路径，因此也使得推理结果融合成为必要。

2 理论的基本概念

(1) 基本概念

设 Q 是一个识别框架，或称假设空间。

①基本概率分配

基本概率分配 Basic Probability Assignment, 简称 BPA。在识别框架 Q 上的 BPA 是一个 2Q[0, 1] 的函数 m，称为 mass 函数。并且满足

$$m(\emptyset) = 0 \text{ 且 } \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$$

其中，使得 $m(A) > 0$ 的 A 称为焦点 (Focal elements)。

②信任函数

信任函数 Belief function，表示当前环境下，对某假设集的信任程度，其值为当前集所有子集的基本概率分配(Basic Probability Assignment)之和。

在识别框架 Q 上基于 BPA m 的信任函数定义为：

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$$

③似然函数

似然函数 Plausibility function，又称为不可驳斥函数或上限函数。表示对集合为非假的信任度。

在识别框架 Q 上基于 BPA m 的似然函数定义为：

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B)$$

④信任区间

在证据理论中，对于识别框架 Θ 中的某个假设 A，根据基本概率分配 BPA 分别计算出关于该假设的信任函数 Bel(A)和似然函数 Pl(A)组成信任区间[Bel(A), Pl(A)]，用以表示对某个假设的确认程度。

Bel, Pl, 信任区间的关系见图 1：

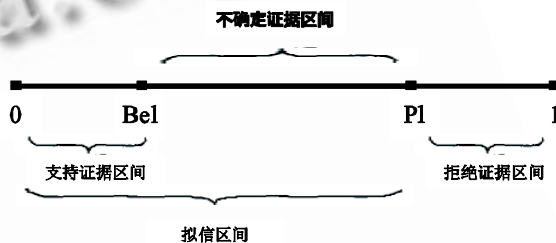


图 1 区间图示

(2) Dempster 合成规则

Dempster 合成规则(Dempster's combinational rule)定义如下：

对于“ $\forall A \subseteq \Theta$ ，Θ 上的有限个 mass 函数 m_1, m_2, \dots, m_n 的 Dempster 合成规则为：

$$(m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n)(A) = \frac{1}{K} \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \dots m_n(A_n)$$

其中，K 为归一化常数

$$K = \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \dots m_n(A_n) \\ = 1 - \sum_{A_1 \cap \dots \cap A_n = \emptyset} m_1(A_1) \cdot m_2(A_2) \dots m_n(A_n)$$

1-K 表示的是证据冲突度^[10]，反映了证据间的冲突情况，1-K 越大表明证据之间的冲突越大。

3 基于D-S证据理论的不确定性推理方法

3.1 据理论在推理应用中的局限

如引言所述，证据理论作为一种表示不确定的方法，具有自身的优势。然而在推理系统中，证据理论作为推理过程的主体方法还有明显的不足。这些不足体现在以下几个方面：

(1) 利用传统的方式，证据理论在决策推理的全过程中离不开专家的辅助。本身是依据事实之后的专家主观分配，推理系统对人的依赖比较高。而且针对稍加变化的不同情况，没有很好的通用性。智能化计算程度不高。

(2) 证据理论在应用中可以针对最后不同意见给出综合后的结果，然而不能从初始条件以一种网络的形式向最终需求结果传递，因而不完全符合应用中不确定推理的要求。

因此，以下提出一种基于证据理论的不确定推理方法。决策融合的方法 Dempster 合成规则可以利用相互独立的不同信息源提高事件的置信程度，有效消除不同论断间的片面不确定性，提高结果的准确性。

3.2 一种基于证据理论的灾害决策支持系统

D-S 证据理论在减灾系统中应用的范围包括两部分：其一是在推理网络中，形成自下而上不确定的传递，由已知的知识库中的规则，模拟专家 mass 分配，继而推理出高一层节点的不确定性；其二是对于不同推理路径下的决策融合，用到的是证据理论中的组合函数。对于利用 D-S 证据理论进行不确定推理的过程来说，其必要条件和步骤为：

- (1) 基础原始数据的概率分配
- (2) 必要的推理规则
- (3) 规则形成的推理网络以及自下而上的不确定性传递
- (4) 基本概率分配的累加调整
- (5) 不同推理路径下的决策融合
- (6) 通过证据理论的不确定区间计算最后结论

按照本文方法，在保留了证据理论处理不确定性决策优点的同时，可以克服所述的证据理论在不确定性推理系统中的不足之处，满足决策和融合的要求，以机器达到类似于专家思维决策的效果。以下将依照上述的步骤表达推理的具体方式。

4 推理过程和实验

4.1 初始已知的识别框架

现有某次地震发生，已知震级，震中烈度，受灾范围，房屋破坏率，死亡人数，农作物损失率，经济损失，生命线工程损毁情况 8 项初始基本概率分配，求推理后的成灾规模基本概率分配。

如震级基本概率分配：

震级{<5.5, 5.5-6.5, 6.5-7.5, >7.5, <5.5 或 5.5-6.5, 5.5-6.5 或 6.5-7.5, 6.5-7.5 或 >7.5}

Mass{ 0.1, 0.1, 0.3, 0.1, 0.1, 0.2, 0.1}

震中烈度，受灾范围，房屋破坏率，死亡人数，农作物损失率，经济损失，生命线工程损毁情况类似于地震震级基本概率分配。是相应的几个识别框架。推理是相当于由若干个已知识别框架推导未知知识别框架的过程。

4.2 据推理路径计算结果

推理路径 1 匹配了规则库中如下规则：

IF A 5.5-6.5 THEN C 二到十个县市

IF B 4-7 或 8-9 THEN C 二到十个县市

IF C 二到十个县市 THEN L 轻灾或中灾

IF D 30%-70%或>70% THEN L 中灾

IF E <10 或 10-999 THEN L 中灾或重灾

IF F 20%-40%或 40%-60% THEN G 几十亿或上百亿

IF H 基本无损坏或轻微损坏 THEN G 几十亿或上百亿

IF G 几十亿或上百亿 THEN L 重灾或特大灾

由以上规则构成的推理网络如图 2：

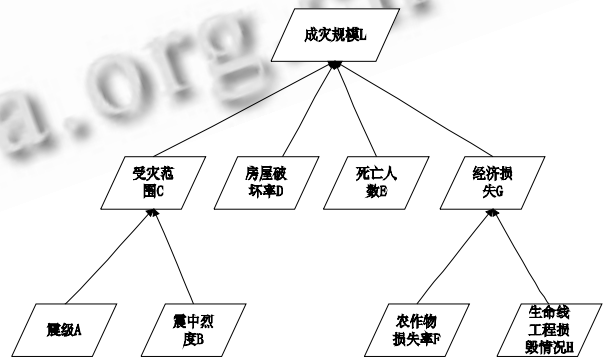


图 2 推理网络图

根据已知的前件识别框架的基本概率分配，计算前件的确定性值 f。如：

$$Bel(A=5.5-6.5) = 0.1; PI(A=5.5-6.5) = 0.4;$$

$$F(A=5.5-6.5) = Bel + 1/7 * (PI - Bel) = 0.14$$

其余前件的计算类似。

由规则传递的不确定性，可得在推理路径下的规

则组中得到的关于成灾规模等级未调整的 $Mass\{\text{中灾, 轻灾或中灾, 中灾或重灾, 重灾或特大灾}\}$ 函数为:

$$\{0.28, 1.12, 0.63, 1.04\}$$

利用调整函数进行调整: $mass/(0.28+1.12+0.63+1.04)$

$$Mass-c = \{0.09, 0.36, 0.21, 0.34\}$$

推理路径 1 的结论为轻灾或中灾,

结论为轻灾或中灾的可信度 $f(\text{轻灾或中灾}) = Bel + 1/7 * (PI - Bel) = 0.48$

同理另有推理路径 2, 匹配了规则库中的另一系列规则组(略), 得到在推理路径下的规则组中得到的关于成灾规模等级未调整的 $Mass\{\text{中灾, 轻灾或中灾, 中灾或重灾, 重灾}\}$ 函数为:

$$Mass\{0.14, 1.12, 1.76, 0.33\}$$

利用调整函数进行调整: $mass/(0.14+1.12+1.76+0.33)$

$$Mass-c = \{0.04, 0.33, 0.53, 0.10\}$$

4.3 于 Dempster 合成公式的融合

结合我们先前做的结论, 发现有两个不同的决策结果:

当由路径 1 推导时, 结论取 $mass$ 函数值最大的结果, 即轻灾或中灾。

$$F(\text{轻灾或中灾}) = Bel + 1/7 * (PI - Bel) = 0.48$$

结论为轻灾或中灾的可信度为 0.48。

当由路径 2 推导时, 结论去 $mass$ 函数值最大的结果, 即中灾或重灾。

$$F(\text{中灾或重灾}) = Bel + 1/7 * (PI - Bel) = 0.62$$

结论为中灾或重灾的可信度为 0.62。

这种情况就要求我们, 当涉及到不同证据支持同一个基本概率分配时, 最后决策前必须进行融合。

由两个决策结果:

$Mass\{\text{中灾, 轻灾或中灾, 中灾或重灾, 重灾或特大灾}\} = \{0.09, 0.36, 0.21, 0.34\}$

$Mass\{\text{中灾, 轻灾或中灾, 中灾或重灾, 重灾}\} = \{0.04, 0.33, 0.53, 0.10\}$

基本概率分配项调整: 得完备的基本概率分配

$Mass\{\text{中灾, 轻灾或中灾, 中灾或重灾, 重灾或特大灾, 重灾}\}$ 分别为:

$$\{0.09, 0.36, 0.21, 0.34, 0\}$$

$$\{0.04, 0.33, 0.53, 0, 0.10\}$$

计算归一化函数 K :

$$K = \sum_{B \cap C \neq \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C) = 0.2337$$

$$m_1 \oplus m_2(\{\text{中灾}\}) = \frac{1}{K} \cdot m_1(\{\text{中灾}\}) \cdot m_2(\{\text{中灾}\}) = 0.015$$

$$m_1 \oplus m_2(\{\{\text{轻中}\}\}) = \frac{1}{K} \cdot m_1(\{\{\text{轻中}\}\}) \cdot m_2(\{\{\text{轻中}\}\}) = 0.51$$

$$m_1 \oplus m_2(\{\{\text{中重}\}\}) = \frac{1}{K} \cdot m_1(\{\{\text{中重}\}\}) \cdot m_2(\{\{\text{中重}\}\}) = 0.48$$

$$m_1 \oplus m_2(\{\{\text{重特}\}\}) = \frac{1}{K} \cdot m_1(\{\{\text{重特}\}\}) \cdot m_2(\{\{\text{重特}\}\}) = 0$$

$$m_1 \oplus m_2(\{\{\text{重}\}\}) = \frac{1}{K} \cdot m_1(\{\{\text{重}\}\}) \cdot m_2(\{\{\text{重}\}\}) = 0$$

融合后 $Mass\{\text{中灾, 轻灾或中灾, 中灾或重灾, 重灾或特大灾, 重灾}\}$ 为:

$$\{0.015, 0.51, 0.48, 0, 0\}$$

融合后, 利用调整函数进行调整: $mass/(0.015+0.51+0.48)$ 得:

$$\{0.015, 0.51, 0.475, 0, 0\}$$

结论取 $mass$ 函数值最大的结果, 即轻灾或中灾。

$Bel(\text{轻灾或中灾}) = 0.525$; $PI(\text{轻灾或中灾}) = 0.985$;

$$F(\text{轻灾或中灾}) = Bel + 1/7 * (PI - Bel) = 0.59$$

综合结论为: 轻灾或中灾

可信度为 0.59。

5 结束语

本文基于 D-S 证据理论给出了一种关于不确定性推理的方法, 经实际数据论证结果正确有效。与传统证据理论应用相比, 减少了对专家的依赖。提高了自学习性。

基于 D-S 证据理论的推理既可以在智能决策中作为决策推理机组的一种, 又可以提供其他推理机所不具备的更贴近于人的主观评价方式。

在推理融合领域, 由于自然灾害本身的复杂性, 观察环境的不稳定性, 造成专家所提供的识别空间具有不确定性。而推理问题中不确定性的来源不但有观测事实中的不确定性、专家规则中条件的不确定性, 还包括推理时的不确定性、不完全的知识的不确定性和片面数据导致的不确定性。对这些不确定性的处理, 证据理论的推理方式信息融合显示了它的重要性和优越性。

参考文献

- 1 Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 1967,38(2):325 – 339.
- 2 Dempster A P. Generalization of Bayesian Inference. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B* 30, 1968:205 – 247.
- 3 Shafer G.A *Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, 1976.
- 4 徐从富,耿卫东,潘云鹤.面向数据融合的 DS 方法综述. *电子学报*, 2001,29(3):393 – 396.
- 5 Smets P, Kennes R. The transferable belief model. *Artificial Intelligence*, 1994,66:191 – 243.
- 6 Voorbraak F. A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory. *International Journal of Man-Machine Study*, 1989,30:525 – 536.
- 7 Yen J. Generalizing the Dempster-Shafer theory to fuzzy sets. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1990,20(3):559 – 570.
- 8 苏运霖,管纪文.证据论与约集论. *软件学报*, 1999, 10(3):277 – 282.
- 9 胡昌华,司小胜,周志杰,王鹏.新的证据冲突衡量标准下的 D-S 改进算法. *电子学报*, 2009,37(7):1578 – 1584.
- 10 Zadeh LA. Review of Shafer's a mathematical theory of evidence. *AI Magazine*, 1984,5:81 – 83.