一种基于离散余弦变换的图像放大算法①

An Image Zooming Algorithm Based on DCT

高　健　燕居朕　刘　旦　(上海大学 自动化系 上海 200072)

摘　要： 图像放大算法众多，有的算法简单但是效果不好，放大效果较好的算法又比较复杂。根据尺度变换原理，信号在时域扩展对应于频域的压缩，使信息能量集中于低频部分。本文提出了一种基于离散余弦变换的图像放大算法，保留图像的低频并与相应的增强系数相组合，在频域实现放大操作。本文还从一维数据仿真试验确定增强系数的取值。将放大后图像与利用插值算法放大的图像进行比较，结果表明使用本文算法放大效果优于插值算法,有较好的清晰度. 该方法可仅在频域操作，较其他放大方法易于实现，效果较好。

关键词： 图像放大 DCT IDCT 频域处理

数字图像的放大是数字图像处理的基本操作之一，在实际应用中也非常重要。它广泛应用于医学图像、遥感图像、网页制作以及一些商用图像处理软件中。图像放大是根据原始图像像素点产生更多的像素点，实质在于如何对图像数据进行补充。对图像进行放大的方法大致可分为空间域和频域两种处理方法．在空间域中进行放大处理主要利用插值原理，根据现有的像素点对目标像素点进行预测。比较常见的方法有重复放大、线性放大和高次多项式插值放大。重复放大实现简单，但易产生明显的方块效应；线性放大消除了方块效应，但会造成图像的模糊；高次多项式放大效果较好，但运算复杂[1,2]。目前在频域中基于放大的研究并不多。文献[3,4]对频域放大进行了研究，但对任意放大倍数实现上不很理想。文献[5]提出了一种能实现分数倍尺度变换的方法，但该放大方法是以先放大较大倍数再缩小较小倍数两步组合来实现的，计算上略显复杂。

本文根据尺度变换原理，结合 DCT 变换的特性，构造了一种新的图像放大方法，该方法仅在频域就可实现操作，不仅实现简单，且具有较好的放大效果。

1　尺度变换原理

数字图像可以通过傅里叶变换、离散余弦变换(DCT)等由空间域转换到频域中表示，通过对频域的处理可以方便实现空间域较难实现的处理。而空间域和频域又存在一定的联系，为数字图像的处理提供了另一种方法。根据傅里叶变换的尺度性质，如果 $\mathrm{F}[\mathrm{f}(t)]=\mathrm{F}(\mathrm{j}w)$，则当 a 为实常数时有：

$$\mathrm{F}[\mathrm{f}(at)]=\frac{1}{|a|}\mathrm{F}(\mathrm{j}\frac{w}{a}) \tag{1}$$

尺度变换的物理含义就放大意义来讲，如果信号在时域进行扩展，即当 $0<a<1$ 时，则其频谱将在频域进行压缩,信息更集中于低频，高频部分所含信息很少，同时幅值也会增大。根据这一原理，可以对图像频域进行处理以达到图像空间域放大的操作，即将源图像的频域数据作为目标图像频域数据的低频部分，而对于高频进行填零预测，幅值乘以相应的增强系数，再反变换回空间域可实现图像的放大。傅里叶变换由于频域复数运算，在处理及运算上有些复杂，而离散余弦变换是实数变换，可以方便地对应空间域图像。

2　DCT变换

离散余弦变换是从一种特殊形式的傅里叶变换转化过来的，是一种性能很好的正交变换方式。离散余弦变换本质上仍然是离散傅立叶变换，二者在频域本

① 收稿时间:2008-10-10

质上是相同的。离散余弦变换因其是一种实数变换，其变换矩阵的基向量很好地描述了人类视觉的相关性，接近于最佳变换。因而 DCT 在图像处理中有很广泛的应用，并成为一些静态图像和视频压缩国际标准的基本处理模块，因而采用 DCT 变换可以很方便地应用于压缩域图像和视频中。DCT 变换有快速算法[6,7]，可以实现任意长度的变换，为图像处理提供了方便。

3 DCT图像放大算法

3.1 DCT 图像放大算法原理

根据图像的表示方法以及以上原理，我们可以仅在频域进行处理就可完成对图像的放大操作。对原图像进行 DCT 正变换得到图像频域数据 $F(\mu,\nu)$，将 $F(\mu,\nu)$ 作为目标放大图像的低频部分，并与增强系数(根据放大 k 倍数变化)相乘，对处理后的频域数据数据进行 DCT 逆变换即可得到放大后的图像。

设一幅图像原始数据矩阵为

$$f_{m\times n}=\begin{pmatrix} f(1,1) & \cdots & f(1,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f(m,1) & \cdots & f(m,n) \end{pmatrix}$$

其中，$f(i,j)$ 为图像上坐标为 (i,j) 处的像素值。

3.2 DCT 图像放大算法

Step1．对原始图像数据进行处理，对其作 DCT 正变换。

$$F(\mu,\nu)=\frac{2}{\sqrt{mn}}c(\mu)c(\nu)\sum_{i=0}^{m-1}\sum_{j=0}^{n-1}f(i,j)\cos\left[(2i+1)\mu\pi/2m\right]\cos\left[(2j+1)\nu\pi/2n\right]$$

其中，

$$c(\mu)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2}} & \mu=0 \\ 1 & 其它\end{cases}$$

$$c(\nu)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2}} & \nu=0 \\ 1 & 其它\end{cases}$$

令

$$C_{n\times n}=\sqrt{\frac{2}{n}}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\frac{\pi}{2n} & \cos\frac{3\pi}{2n} & \cdots & \cos\left[(2n-1)\pi/2n\right] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cos\frac{(n-1)\pi}{2n} & \cos\frac{3(n-1)\pi}{2n} & \cdots & \cos\left[(2n-1)(n-1)\pi/2n\right] \end{pmatrix}$$

则用矩阵表示为

$$F_{m\times n}=C_{m\times m}f_{m\times n}C_{n\times n}^{T}$$

Step2．对数据在频域上进行处理，得到放大后的频域。若要将图像放大 $k\times k$ 倍，则放大后的图像大小为 $M\times N$， $M=[km], N=[kn]$（[ ] 表示取整运算)。

首先，构造变换矩阵 $T_{l\times s}$， $l\geq s$

$$T_{l\times s}=\begin{pmatrix} E_{s\times s} \\ O_{(l-s)\times s} \end{pmatrix}$$

其中，$E_{s\times s}$ 为 n 阶单位矩阵；$O_{(l-s)\times s}$ 为 $(l-s)\times s$ 阶零矩阵。

然后，构造目标图像频域数据并乘以增强系数 $G(k)$ 。

$$F'_{M\times N}=T_{M\times m}F_{m\times n}T_{N\times n}^{T}$$

$$G_{M\times N}=G(k)\times F'_{M\times N}$$

其中，增强系数 $G(k)=\sqrt{k}\times\sqrt{k}=k$ 。

Step3．用 DCT 反变换，将频域处理后的数据恢复为图像空间域原始格式。

$$g(i,j)=\frac{2}{\sqrt{MN}}\sum_{\mu=0}^{M-1}\sum_{\nu=0}^{N-1}c(\mu)c(\nu)G(\mu,\nu)\cos\left[(2i+1)\mu\pi/2M\right]\cos\left[(2j+1)\nu\pi/2N\right]$$

即 $g_{M\times N}=C_{M\times M}^{T}G_{M\times N}C_{N\times N}$

3.3 DCT 图像放大算法改进

该算法在对整块图像进行处理时，尽管采用了增强系数对图像亮度效果进行补充，但对整幅图像高频部分预测采用填零方式，在图像像素位数增大即图像信息量增大时这种预测精度不如对图像分块处理后高，且基于 JPEG 格式图像多采用分成 8×8 子块分块压缩编码，对上述算法进行改进。改进后的算法，将原始图像数据切割成接近 8×8 大小子块，对每一子块分别实施 DCT 放大算法．改进后的算法如下：

① 对原始图像进行分块。

② 对每一子块运用 DCT 图像放大算法。

③ 合并处理后的所有子块。

4 增强系数的讨论

由上 Step2 可知，本文对于图像频域高频部分采用填零方式，如果仅仅这样，放大后的图像从能量的观点来来看，图像放大，能量不变，反映在图像上必然是图像亮度变暗。故采用增强系数对图像的亮度进行增强，使得放大后图像效果最佳。而增强系数的效

用类同于尺度变化的变换因子。连续函数的尺度变换已有如公式(1)所示的尺度变换公式，其物理意义较形象，且图形数据严格对应。严格来说，离散函数一般不提尺度变换的概念，离散函数尺度变换应用也很少。但是，我们可以按照上述方法，从一维连续函数出发，尺度变换扩展 2 倍，取相应的离散点进行仿真试验，可以说明增强系数的取值。

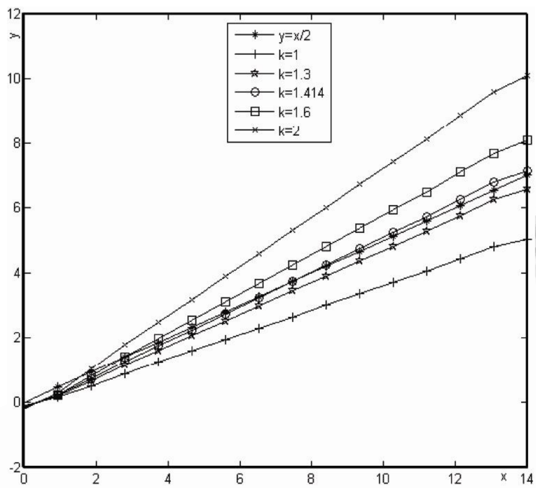

图 1　K 不同时与 y=x/2 比较图

以 $y = x$ 为例，原函数尺度变换扩展 2 倍后对应的函数为 $y = x/2$。在定义域[0,7]取整数，求得对应原函数离散值序列。在 $y = x/2$ 扩大定义域[0,14]均匀取 16 个数，并求得对应扩展离散值序列。将所得原函数值序列进行离散余弦变换，根据尺度变换倍数在变换序列后添加 8 个零，并乘以不同的增强系数 k，然后进行离散余弦逆变换，并将此时得到的离散值作为终变换序列与扩展离散序列进行比较，如图 1 所示。

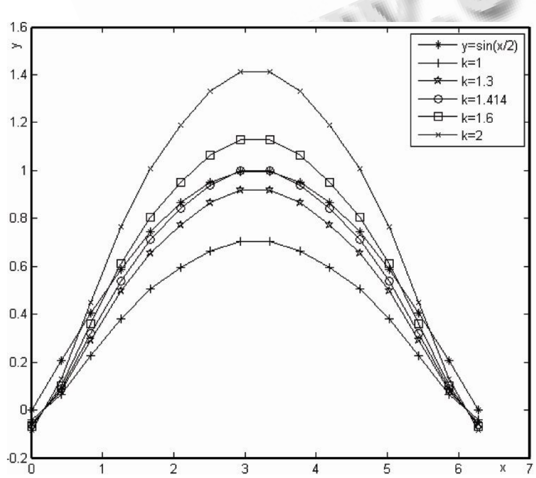

图 2　k 不同时与 $y = \sin(x/2)$ 比较图

当 $k = \sqrt{2}$ 时，终变换离散值点以及拟合曲线都与扩展后 $y = x/2$ 非常接近。对 $y = \sin x$ 定义域[0,pi]扩展 2 倍后的情况如图 2 所示。

再以 $e = \sum_{i=0}^{kN-1}\left[\mathrm{f}(i) - \hat{\mathrm{f}}(i)\right]^2$ 作为两组数据逼近程度指标。其中，$\mathrm{f}(i)$ 为终变换序列，$\hat{\mathrm{f}}(i)$ 为扩展后序列。当 k 取不同值时，e 的取值如表 1 所示。对其他多组连续函数进行如上试验得到相同的结果，在 $k = \sqrt{2}$ 时逼近程度较好。

表 1　k 不同时 e 取值

k	e	
	$y = x/2$	$y = \sin(x/2)$
1	21.3449	0.7881
1.3	1.3350	0.1396
$\sqrt{2}$	0.3387	0.0583
1.6	6.5251	0.1210
2	52.6452	1.0763

由于图像的离散量化表示，对原始信息的遗漏，以及数字放大后图像与源图像并没有严格的数学表示，故增强系数的取值根据图像数据二维特性以及以上仿真实验可取 $\mathrm{G}(k) = \sqrt{k} \times \sqrt{k} = k$。

5　实验结果与对比分析


图 3　lena

本文采用 lena 图片进行实验，原图如图 3 所示。为便于比较，取图中矩形框内部分采用不同方法进行 2x2 放大，并进行比较。

图 4　Bilinear

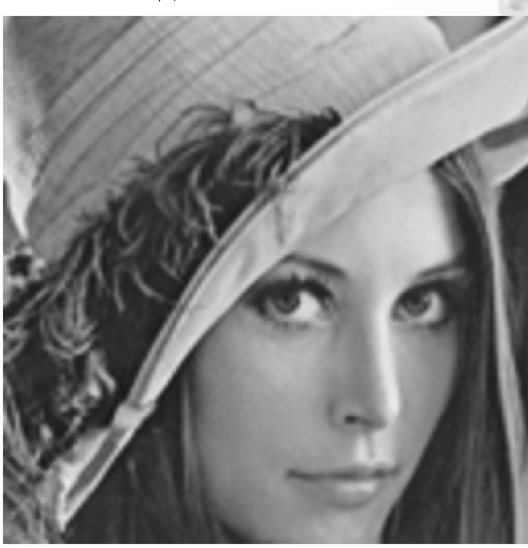

图 5　Bicubic

图 6　Dct

比较 lena 图实验结果。由于插值滤波的原因，图 4 利用双线性插值法(Bilinear)放大后的图，整体平滑，显得有些模糊。随着插值次数增加，图 5 双三次插值法(Bicubic)清晰度有较好的改善。而采用本文所提 DCT 算法所得图 6 也有很好的效果，同图 5 相比，帽子表面条纹更清晰，羽毛部分对比度增强，眼睛更清晰有神。通过比较发现，DCT 算法所得结果整体轮廓及细节都比较清晰。

6　结论

本文旨在提出一种基于 DCT 的图像放大算法，并通过实验对比证实方法的可行性，该方法可以保证整体的清晰度并有较好的效果，尤其对灰度图像。今后将进一步展开对增强系数的深入理论研究。通过对 M 和 N 的处理还可实现浮点倍数放大，并且该方法的实现仅在频域完成，改变了传统从压缩域转换到空间域进行处理再转换到压缩域的复杂过程，对于基于 DCT 变换的 MPEG，JPEG 图像有着广泛的应用前景。

参考文献

1 吴良武,欧宗瑛.保持轮廓清晰光滑的灰度图像放大算法.计算机辅助设计与图形学学报，2002,14(4):306－309.

2 何斌,马天予,王云坚,朱红莲.Visual C++数字图像处理(第 2 版).北京:人民邮电出版社, 2002.

3 Dugad R, Ahujia N. A fast scheme for image size change in compressed domain. IEEE Transaction on Circuits SystemVideo Technology, 2001,11(4):461 －474.

4 Mukherjiee J, Mitra S K. Image resizing in compressed domain using subband DCT. IEEE Transaction on Circuits System Video Technology, 2002,12(7):620－627.

5 郑猛,郑世宝,王慈.一种 DCT 域实现图像分数倍尺度变换的方法.上海交通大学学报，2004,38(9):1515－1518.

6 Chan YH. Algorithm for prime length discrete cosine transforms. Electrionics Letters,1990,26(3):206－208.

7 Http://www.fffw.org.