

# 基于自动机原理的硬币交换机的优化及其应用分析<sup>①</sup>

## Optimizing and Analysis of Coin Switch based on the Automata Theory

付新 朱平 (江苏无锡 江南大学理学院 214122)

逢金辉 (北京理工大学管理与经济管理学院 100081)

邓小华 (江苏无锡 江南大学理学院 214122)

**摘要:**本文提出了用自动机原理重新设计一台硬币交换机,通过把原来的确定性有穷自动机变成了非确定性有穷自动机,在仅仅增加二个状态数的情况下实现兑换面额的大幅度增加,大大满足了乘客兑换硬币的需求。文中采用了贪婪的兑换算法,且对该方法进行了编程实现,并对其管理功能的扩展进行了应用分析,同时描述了软件设计思路。

**关键词:**有穷自动机 硬币交换机 城市公交系统 计算机实现

### 1 引言

城市公交系统是城市的重要命脉,它与城市的建设发展及人民的生产,生活息息相关,因此,如何提高营运服务质量,并利用科学手段,提高社会效益,便是科技管理人员的重要任务之一。在主要公交站台旁,利用自动机原理设计一个硬币交换机,以解决大家换零难的问题,便是一个公交系统长期的问题。然而现有的硬币交换机,只能接收面值为 5 元,10 元的硬币,不能接收 20 元或更大面值的纸币,并且纸币完全被兑换成一大堆一元的硬币,而乘客仅需要一至两个硬币,这显然不能满足大家的要求。为此,我们需要改进现有的硬币交换机,把原来的确定性有穷自动机换成非确定性有穷自动机,使它接受更多面额的纸币,在兑换算法上也做相应的调整,每次兑换出 5 个硬币,以方便广大乘客的实际需求。

## 2 有穷自动机及贪婪算法的基本概念

### 2.1 确定性有穷自动机

定义:确定性有穷自动机(deterministic finite automaton)<sup>[1]</sup>简称 DFA,是一个 5 元组  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ,其中:

- (1)  $Q$  是有穷的状态集;
- (2)  $\Sigma$  是有穷的字母集;

(3)  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow P(Q)$  是转移函数;

(4)  $q_0 \in Q$  是起始状态;

(5)  $F \subseteq Q$  是接受状态集。

一个 DFA 可以表示成一张确定性的状态转换图。假定一个 DFA  $M$  含有  $m$  个状态和  $n$  个输入字符,那么,这个图含有  $m$  个状态结点,每个结点最多有  $n$  条箭弧射出和别的结点相连接,每条弧用  $\Sigma$  中的一个不同输入字符作标记,整张图含有唯一的一个初态结点和若干个终点结点。对于  $\Sigma$  中的任何字符  $q$ ,若存在一条从初始结点到某一终态结点的通路,且这条通路上所有弧的标记符连成的字等于  $q$ ,则称  $q$  可以为  $M$  识别。若  $M$  的初态结点同时又是终态结点,则空字可以为  $M$  识别。

### 2.2 非确定性有穷自动机

定义:非确定性有穷自动机(non deterministic finite automation)<sup>[1]</sup>简称 NFA,是一个 5 元组  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ,其中:

- (1)  $Q$  是有穷的状态集;
- (2)  $\Sigma$  是有穷的字母集;
- (3)  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow P(Q)$  是转移函数;
- (4)  $q_0 \in Q$  是起始状态;
- (5)  $F \subseteq Q$  是接受状态集。

<sup>①</sup> 江南大学自然科学基金资助(2003-42)

一个 NFA 正在对一个输入串运行,它能以多种方式进行到达一个状态。机器每接受一个字符,就把自己分裂成多个备份,并且并行地执行所有的可能性。机器的每一个备份采用一种可能的方式进行,并且向前面一样继续下去,如果随后又有多种选择,则将再次分裂。对于机器的一个备份,如果下一个输入符号不出现它所处的状态射出的任何箭头上,则机器的这个备份及其相关联的计算分枝一块死掉。最后,如果机器的某一个备份在输入的末端处于接受状态,则这台 NFA 接受输入串。如果遇到一个状态,在射出的箭头上标有  $\epsilon$ ,发生的情况类似。非确定性可以看作若干“过程”能同时运行的一类并行计算。当 NFA 分头跟踪若干过程,各个子过程分别进行。如果这些子过程至少有一个接受,那末整个过程接受。

### 2.3 贪婪算法

贪婪算法 (greedy method)<sup>[2]</sup>,就是采用逐步构造最优解的方法。在每个阶段,都作出一个看上去最优的决策(在一定的标准下)。决策一旦作出,就不可再更改。作出贪婪决策的依据称为贪婪准则 (greedy criterion)。在硬币兑换中,采取贪婪算法可以使兑换出来的纸币数目最少。

## 3 现有硬币交换机的原理,工作模式和不足

现有的硬币交换机是一个确定性有穷自动机,可以接收面值为 5 元,10 元的人民币,并根据接收到的面值,将纸币全部兑换成硬币。现有自动机是基于确定性的有穷自动机原理,这台有穷自动机的状态图和形式化描述如图 1。

形式描述为:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

(1)  $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$ ;

(2)  $\Sigma = \{false, 5, 10\}$ ;

(3)  $\delta$  为下表:

	false	5	10
q1	q2	q3	q4
q2	$\phi$	$\phi$	$\phi$
q3	$\phi$	$\phi$	$\phi$
q4	$\phi$	$\phi$	$\phi$

(4)  $q_1$  为起始状态;

(5)  $F = \{q_2, q_3, q_4\}$  为接收状态集。

其中,在输入字符中:

(1) false 代表假币或不能接收面值的人民币

(2) 5 代表 5 元的纸币,

(3) 10 代表 10 元的纸币

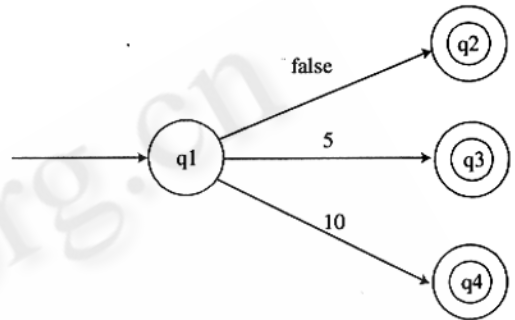


图 1

若为假币或不能接收面值的人民币,直接出来  
 若为 5 元纸币,换成五元硬币  
 若为 10 元纸币,换成 10 元硬币

这台硬币交换机的缺点是只能接受 5 元,10 元的纸币,不能接收大面值的纸币,比如说 20 元的,这样会给乘客带来许多不便。还有,若乘客只需要 2 元硬币,身上只有 10 元的纸币,那么兑换之后,该乘客身上要携带 8 个硬币,这显然是乘客所不愿意的。因此,我们可以根据乘客的实际需求来重新设计这台硬币交换机。着重改进三点:一是让该自动机接收纸币的面值可以大一点,二是每次兑换出 5 个硬币,余额为纸币,因为乘客所需硬币量一般小于 5 元,携带过量的硬币会带来许多不便,若所需硬币大于 5 元,可继续兑换,三是兑换信息由公司总台管理控制。

## 4 优化后的硬币交换机原理及其实现

改进后的自动机能接收面值为 5 元,10 元,20 元,50 元,100 元的纸币,每次兑换出的硬币量为 5 个。因为能接受的面值增大了,该自动机的状态数也随之增多,我们把这台自动机设计为一台非确定性自动机。先给出该自动机的状态图(如图 2)。

其形式描述为:  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

其中:

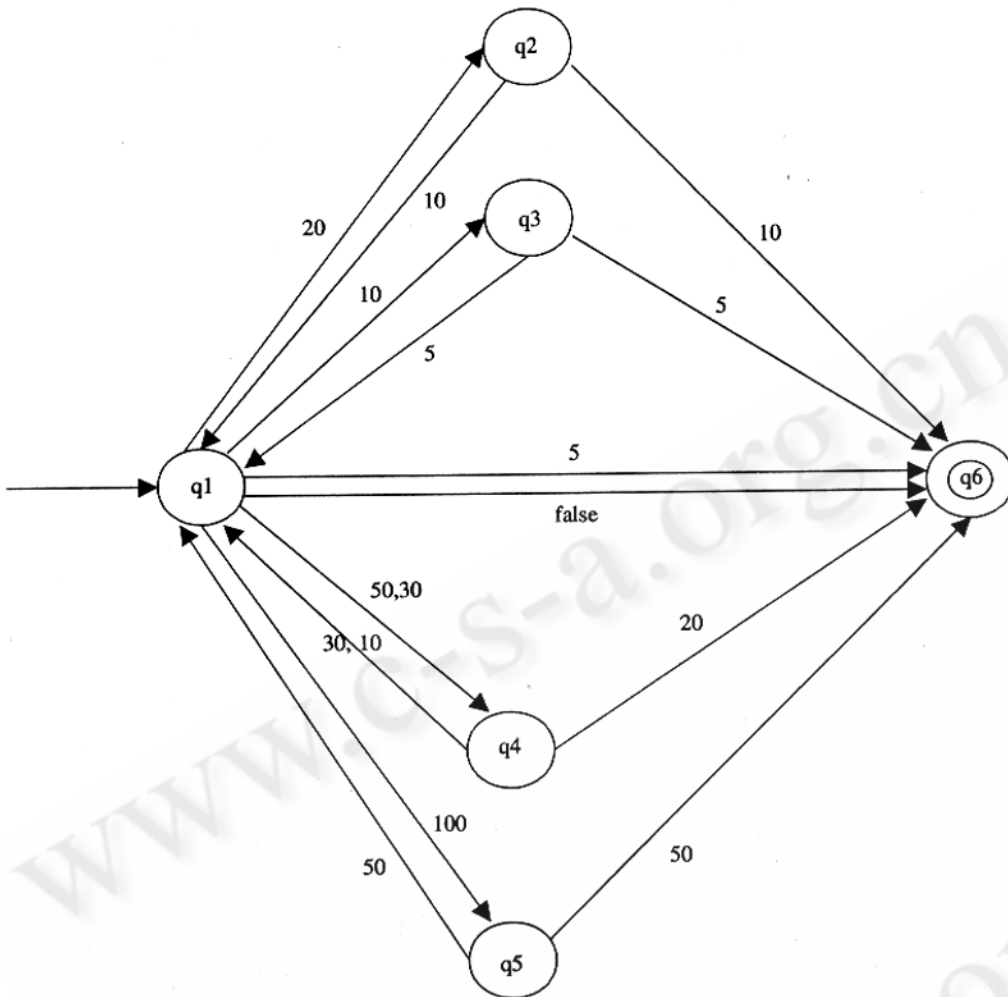


图 2

- (1)  $Q = \{q1, q2, q3, q4, q5, q6\}$ ;
- (2)  $\Sigma = \{false, 5, 10, 20, 50, 100\}$ ;
- (3)  $\delta$  为下表:

$\delta$		false	5	10	20	30	50	100
q1	{q6}	{q6}	{q3}	{q2}	{q4}	{q4}	{q5}	
q2	$\Phi$	$\Phi$	{q1, q6}	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	
q3	$\Phi$	{q1, q6}	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	
q4	$\Phi$	$\Phi$	{q1}	{q6}	{q1}	$\Phi$	$\Phi$	
q5	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	{q1, q6}	$\Phi$	
q6	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	

- (4) q1 为起始状态;
- (5)  $F = \{q6\}$  为接受状态集;

其中,在输入字符中:

- (1) false 代表假币或不能接收面值的人民币

- (2) 5 表 5 元的纸币
- (3) 10 代表 10 元的纸币
- (4) 20 代表 20 元的纸币
- (5) 50 代表 50 元的纸币
- (6) 100 代表 100 元的纸币

初始状态 q1 是一个判断识别器,它能识别真币假币,以及真币的面额。若为假币,直接到达 q6,并弹出假币。

接受状态 q6 是存放最终兑换钱币的,完成兑换, q6 被激活,乘客按一下即可兑换完成。若不想兑换,按住 q6 超过 3 秒钟, q6 将吐出乘客所塞入的纸币。

状态 q2, q3, q4, q5 设计成减法器,这些减法器均又为判定器,若存在乘客所需面额的货币,才能做减法。若硬币数不

够或某一面额的纸币不够,以至于不能完成兑换,则将乘客的钱吐出。

q3 是 5 元减法器,当 10 元的纸币经过 q3 时,减法器将它分解成两部分,一部分为 5 元纸币,直接到达 q6,另一部分 5 元回到 q1,然后换成 5 元硬币。q2 是 10 元减法器,当 20 元的纸币经过 q2 时,减法器将它分解成两部分,一部分为 10 元纸币直接到 q6,另一部分为 10 回到 q1 继续循环。q4 是 20 元减法器,当币值 50 (或 30 元)的纸币经过 q4 时,减法器将它分解成两部分,一部分为 20 元纸币,直接到达 q6,另一部分 30 (或 10)元回到 q1 继续循环。q5 为 50 元减法器,当 100 经过 q5 时, 50 元纸币直接到达 q6, 50 元回到 q1 继续循环。

本自动机采用的是贪婪的兑换算法,兑换方式固定了,100 元纸币被兑换成 50 元,20 元,20 元,5 元纸

币和 5 元硬币。50 元纸币被兑换成 20 元, 20 元, 5 元纸币和 5 元硬币, 20 元纸币被兑换成 10 元, 5 元纸币和 5 元硬币, 10 元纸币被兑换成 5 元纸币和 5 元硬币, 5 元纸币兑换成 5 元硬币。这种兑换方式是最优的, 能避免某一面额的纸币被兑换光。该自动机自动化程度很高, 乘客只需塞入纸币, 不需其他操作即可完成兑换。

具体算法实现为: 用数组  $\text{int cn}[5] = \{100, 50, 20, 10, 5\}$  表示可以接受的币值; 用数组  $\text{int a}[6] = \{0, 5, 10, 20, 60, 500\}$  表示硬币兑换机中初始化的各种币制的数目, 分别为面额为 100 元, 50 元, 20 元, 10 元, 5 元纸币的张数及 1 元硬币的枚数; 用数组  $\text{int b}[6] = \{0, 0, 0, 0, 0, 0\}$  表示兑换结果, 将需要兑换的纸币兑换成零钱后各种纸币及硬币的数目分别为 50 元, 20 元, 20 元, 10 元, 5 元的纸币面额及 1 元硬币数量。程序接收输入的币值, 判断该币值是否可以接收的, 若可以就接收, 把它逐步兑换, 把兑换结果放在数组  $\text{b}[]$  中, 并相应修改数组  $\text{a}[]$ 。若不能接收, 则要求用户重新接收。

## 5 硬币兑换机钱币的初始化及管理

### 5.1 硬币兑换机钱币的初始化

硬币兑换机中各种币值的初始化是非常重要的。假设一个兑换站点每天接收的各种纸币面额及张数为: 5 元纸币 40 张, 10 元纸币 30 张, 20 元纸币 20 张, 50 元纸币 5 张, 100 元纸币 5 张。那么根据硬币兑换机的贪婪兑换算法, 我们需要在兑换机中准备 500 枚一元的硬币, 5 元纸币 60 张, 10 元纸币 20 张, 20 元纸币 10 张, 及 50 元纸币 5 张。考虑到乘客投入了纸币, 以及各种纸币的投入顺序比较均匀, 可以在初始化时适当减少某些面额的纸币, 5 元面额的纸币可以减少 30 张, 10 元纸币减少 10 张。

### 5.2 钱币管理效益分析及应用情况

现有硬币兑换机的管理一般都有人工清点及记录来完成的, 由于兑换机的分布较为分散, 这种方式既浪费劳动力又不能保证其准确性。当硬币兑换完了或则某面值的纸币兑换完了, 管理方不能及时的作出响应, 也会影响乘客的兑换。所以我们增加一个简单的 C-S 模型来实现管理, 将硬币兑换机作为客户端, 除了完成基本的硬币兑换外, 还将兑换时间, 兑换数量记录到数据库中, 然后定时向管理机发送, 而公交公司总台管理方作为服务器端, 可以将各个兑换点传来的兑换信

息进行分析, 若哪个地方硬币不够了, 或哪种纸币不够了, 就可以进行更新, 回收多余的纸币, 这样就能大大地节省了劳动力。管理端管理系统负责对各个兑换点传过来的数据进行分类和加工, 同时也相应地完成本机事务的记录及信息自动收发。数据加工主要是对每天定时发送的数据进行分类和筛选, 对及时发送的信息的及时响应, 输出工作包括直接显示输出和相应的报表输出。客户端管理系统负责将本机的兑换明细, 硬币数量, 各种纸币数量传到管理端, 若某种面额的人民币数量不够, 低于一警戒线, 向管理端发送请求, 请求调整币值。

硬币兑换机是公交公司为了满足广大乘客换零的需求而设立的, 由于兑换硬币是等值的, 故硬币兑换机是非盈利的, 其设立, 维护的费用如何解决呢? 建议在硬币兑换机上作广告, 利用广告收入来平衡其成本和维护费用。

## 6 结束语

自动机是一种非常有用的模型, 本文针对原有兑换机的工作模式不足进行了设计优化, 提出用贪婪算法进行设计并进行了编程和计算机实现, 且达到了预期效果。该优化方法还可适用于各类自动收费系统, 管理系统的改进。

### 参考文献

- 1 (American) Michael Sipser 著(美), 张立昂、王捍贫、黄雄译, Introduction to the Theory of Computation [M], 北京机械工业出版社, 2000。
- 2 John M Howie. Automata and Languages [M]. Clarendon Press. Oxford, 2001.
- 3 李成忠、张新有, 计算机网络应用与实验教程 [M], 北京电子工业出版社, 2001。
- 4 胡德伟、杨伟民等, 基于自动机原理的自动售货机软件的实现 [J], 上海理工大学学报, 2003, 25(1)。
- 5 何兴高、王忠仁、刘心松, 有限自动机理论在高速公路收费中的应用 [J], 计算机应用, 2000, 20(3)。
- 6 Yong Lin, Yuanli Cai. A microscopic simulator urban traffic systems [A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Transportation systems [C]. New York: IEEE, 2002, 622-624.