小波变换的高频分量在图像分析中的应用探讨

高敬惠　(河北工业大学计算机系　300130)
魏世泽　(河北科技大学中校区计算中心　050018)

摘要:本文对图像数据进行小波变换后的高频分量在图像处理等方面可能提供的用途进行了探讨,并对一幅图像进行了高频分量的分离提取。

关键词:小波变换　图像处理

小波分析在图像处理方面的研究成果不仅表现在图像数据压缩方面,在图像数据分析和处理中也有很大的用途。因为小波变换后的高频分量能提供许多图像的细节信息,对图像分析很有帮助,本文对此作了一些探讨。

二维小波变换的分解公式为:

$$\begin{cases} c_j(n,m)=1/2\sum\limits_{k,1\in Z}c_{j-1}(K,1)h_{k-2n}h_{1-2m} \\ d_j^1(n,m)=1/2\sum\limits_{k,1\in Z}c_{j-1}(k,1)g_{k-2n}h_{1-2m} \\ d_j^2(n,m)=1/2\sum\limits_{k,1\in Z}c_{j-1}(k,1)h_{k-2n}g_{1-2m} \\ d_j^3(n,m)=1/2\sum\limits_{k,1\in Z}c_{j-1}(k,1)g_{k-2n}g_{1-2m} \end{cases}$$

Z 为整数集合,k,l,m,n 分别为小波变换前后的矩阵行列位置,C_j 是 C_{j-1} 经小波变换后的低频成分 d_j^1,d_j^2,d_j^3 分别为 C_{j-1} 经小波变换后的水平边缘高频分量,垂直边缘高频分量和对角边缘高频分量。j 为小波变换的阶数。当 j=1 时,C_0 为原图像数据。C_1 是 C_0 进行一阶小波变换的低频分量。

重构公式为:

$$c_{j-1}(n,m)=1/2\{\sum_{k,1\in Z}c_j(k,1)h_{n-2k}h_{m-2l}+\sum_{k,1\in Z}d_j^1(k,l)h_{n-2k}g_{m-2l}+\sum_{k,1\in Z}d_j^2(k,l)g_{n-2k}h_{m-2l}+\sum_{k,1\in Z}d_j^3(k,l)g_{n-2k}g_{m-2l}\}$$

其中,$\bar{g}_k=(-1)^k h_{2M-k-1}$,h,g 为小波基的系数,这里 M=2。

本文采用的是 Daubechies 正交小波系[2][5],其系数为:

$$h_0=\frac{1}{4+(1+\sqrt{3})}\quad h_1=\frac{1}{4(3+\sqrt{3})}\quad h_2=\frac{1}{4(3-\sqrt{3})}$$

$$h_3=\frac{1}{4(1-\sqrt{3})}$$

分解示意图可表示为:

低频模糊图像 c_1	高频水平边缘图像 d_1^1
高频垂直边缘图像 d_1^2	高频对角边缘图像 d_1^3

一阶小波变换

本文对一幅人像进行了实验,结果见附图。具体作法为,原图像经过一阶小波变换后,被分解为一幅低分辨下的模糊图像 c_1 和三幅不同方向边缘子图象 d_1^1,d_1^2,d_1^3,通过设三个边缘子图象 $d_1^1\ d_1^2\ d_1^3$ 的数值为零,可以得到重构的图象(见图 2),此图象体现了小波变换后低频分量 c_1 包含的原图象信息,与原图象相比,边缘细节部分变的模糊,但体现了图象整体的大部分信息。设小波变换后的低频分量 c_1 数值全为零,重构后可以得到边缘图象,此图象中体现了三个边缘分量的合成效果(见图 3),从图中可以看到,图象中的边缘和细节变化体现的非常清楚,如头发、眼睛、花朵等的边缘和纹理都表现的很好,而背景部分亮度和颜色变化很少的区域则在图象中几乎体现不出来。通过保留高频部分水平边缘分量 d_1^1 的值,其他分量的值全设为零,可以得到水平边缘的恢复图象(见图 4),图中体现的主要是原图象中的水平边缘。同理,可以得到竖直边缘分量 d_1^2 和对角边缘 d_1^3 的恢复图象(见图 5 和图 6),图中主要体现了原图象的竖直和对角边缘。如果对 c_1 再进行一次小波变换,则得到更低一层分辨率下的低频分量 c_2 和三个方向的高频分量 d_z^1,k_z^2,d_z^3,设 c_z 的值和 $d_1^1\ d_1^2\ d_1^3$ 的值全为零,可得到二阶小波变换的高频分量的重构图象(见图 7),图中体现了图 2 中的细节和边缘,与图 3 相比,线条较为直线化,变得较为简单,体现的主要是图象中较明显的边缘变化,而一些细

腻的变化在第二次小波变换后几乎表现不出来了，这说明图2变的粗糙，细节描述少了。

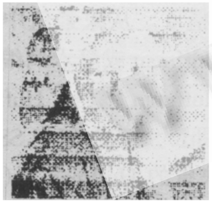
从以上的分析和实验结果可以看到，边缘子图象表现的是图象灰度值在某一方向上的突变。图象中灰度变化比较平坦的区域，比如背景部分，在边缘恢复图象中几乎不体现，反映在高频分量数据中就是值非常小，接近于零。图象中灰度变化比较大的区域，小波变换后的高频分量值就很大，恢复图象中表现为边缘。由此可见，小波变换后的边缘子图象能为图象的纹理、边缘特征分析提供丰富的信息。

下面是对小波变换后高频分量在图象分析中可能提供的应用的一些简单讨论。

图象分析中，常常涉及到对噪声的分析，噪声在图象中通常表现为一些与图象内容不相符的点或块，也就是图象中灰度剧烈变化的区域，对噪声进行识别分析时，可以对小波变换后高频分量数据中较大的值的分析，找到某种规律性，从而达到对此一类噪声的识别。

源图像

图 1



一阶小波变换后的低频分量

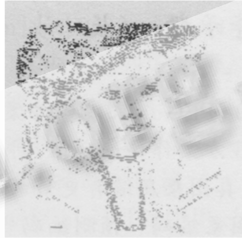
图 2

一阶小波变换的高频分量

图 3

此外，某种类型的特定图象，如某种病灶在医学X片中的表现，工件的裂纹在工件图象中的表现等，因为其具有相似性，且边缘都是不平滑的，在小波变换后的高频分量数据中，会表现为一种特定的数字分布和特征，可以通过对这些数字特征的定性分析和提取，识别此类型的图象。

此外，边缘子图象还可以用来提取图象的边缘。



一阶小波变换的水平分量

图 4

一阶小波变换的垂直分量

图 5

一阶小波变换的对角分量

图 6

二阶小波变换的高频分量

图 7

* 图片中的水平直线为分块小波变换的块边界

参考文献

[1] Daubechies, I.: Orthonormal bases of compactly supported wavelets, Comm. Pure and Appl. Math. 41 (1988), 909-996

[2] 田捷 沙飞 张新生 编著，实用图像分析与处理技术，电子工业出版社，1995

[3] 崔锦泰 著，小波分析导论，西安交通大学出版社

（来稿时间：1998年4月）